Geometria (Informatica) — 15 Giugno 2000

Ricordo le "regole del gioco": sotto i 16.5 punti si deve ripetere lo scritto, tra 16.5 e 18 si ***deve*** *fare l'orale, sopra i 18 si* ***può*** *fare l'orale.*

1. Si considerino in $\mathbb{R}^3$ i piani W e Z di equazioni $x+y+z=0$ e $2x-y=0$

   (a) Dimostrare che la loro intersezione è una retta l e trovarne le equazioni. **(2 punti)**

   (b) Scrivere una applicazione lineare che abbia come immagine la retta l e come nucleo il piano W . **(3 punti)**

   (c) Trovare il piano passante per l'origine e ortogonale a l. **(3 punti)**

2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ data da:

$$
\begin{aligned}
f(e_1) &= -e_1 \\
f(e_2) &= e_1 - e_2 \\
f(e_3) &= e_1 + e_2 - e_3
\end{aligned}
$$

   (a) Trovare $f^{-1}(e_1+e_2)$. **(3 punti)**

   (b) E' diagonalizzabile? **(3 punti)**

   (c) Siano A la matrice associata ad f nella base (e_1, e_2, e_3) e $v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha il sistema lineare omogeneo $A^{10}(v) = v$? (**5 punti**)

3. Sia A una matrice **complessa** 3×3 tale che $A^3 = -k^2 A$.

   (a) Quali sono i suoi possibili autovalori? **(3 punti)**

   (b) Per che valori di k è certamente diagonalizzabile? **(4 punti)**

   (c) Nel caso in cui $k = 0$, si trovino una A diagonalizzabile e una che non lo sia. **(4 punti)**