Geometria 1A (Informatica, Matematica e Fisica)
19 Settembre 2001

Ricordo le "regole del gioco": sotto i 16.5 punti si deve ripetere lo scritto, tra 16.5 e 18 si ***deve*** *fare l'orale, sopra i 18 si* ***può*** *fare l'orale.*

1. **Fissata in R^3 la base canonica si considerino i seguenti vettori:**

$$v = (1,0,1) \quad w = (-1,0,1) \quad u = (0,1,1)$$

ed i seguenti sottospazi: $U = \{$**il piano passante per l'origine e generato da** v **e** $u\}$ **e** $V = \{$**il piano passante per l'origine e generato da** v **e** $w\}$.

a) Scrivere l'equazione della retta r intersezione dei due piani. **(3 punti).**

b) Scrivere l'equazione della retta r' passante per l'origine e ortogonale al piano V. **(3 punti).**

c) Per che valori di k il vettore $z = (1,0,k)$ appartiene a V ? **(3 punti).**

d) Per che valori di k il vettore $z = (k^2, 0, -k)$ è ortogonale a U ? **(3 punti).**

2. **Data la matrice complessa** $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$,

a) Verificare che $\lambda = 2 + i$ è un autovalore **con molteplicità algebrica uguale a due**. **(4 punti)**

b) Trovare tutti gli altri autovalori. **(4 punti)**

c) Dire se A è diagonalizzabile. **(5 punti)**

d) Studiare la risolubilità e il numero di soluzioni del sistema lineare $Au = b$, dove $u = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. **(5 punti)**