

Geometria (Informatica) — 21 Febbraio 2000

Ricordo le "regole del gioco": sotto i 16.5 punti si deve ripetere lo scritto, tra 16.5 e 18 si **deve** fare l'orale, sopra i 18 si **può** fare l'orale.

1. Si consideri il sistema lineare dato dalle equazioni $(1-t)x + 2y - tz = t$, $x - ty + 2z = 1$ con t parametro reale.

(a) Trovare un valore di t per cui il sistema non ha soluzione. **(3 punti)**

(b) Trovare un valore di t per cui il sistema ha ∞^1 soluzioni. **(3 punti)**

2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ data da:

$$f(e_1) = 2e_3$$

$$f(e_2) = 2e_1$$

$$f(e_3) = 2e_2$$

(a) Trovare nucleo e immagine **(2 punti)**

(b) E' diagonalizzabile? **(4 punti)**

3. Sia A una matrice **complessa** 3×3 il cui polinomio caratteristico è $p(\lambda) = \lambda^3 - \lambda^2 - 4k^2\lambda + 4k^2$.

(a) Quali sono i suoi possibili autovalori? **(3 punti)**

(b) Per che valori di k è certamente diagonalizzabile? **(4 punti)**

(c) Per che valori di k è certamente diagonalizzabile **se inoltre si suppone che abbia rango=1?** **(4 punti)**

4. Scrivere le equazioni parametriche e cartesiane del piano passante per l'origine e ortogonale alla retta passante per l'origine e per il punto $(1, -1, 1)$. **(punti 3)**.

5. Scrivere, nella base canonica, la matrice di una applicazione lineare che abbia come nucleo il piano trovato sopra e come immagine la retta data. **(punti 4)**