Geometria (Informatica) — 2 Novembre 1999

1. Si consideri il sistema lineare dato dalle tre equazioni $(1+2t)x+ty+z=1$, $(1+t)x+ty+(1+t)z=2$, $(1+2t)x+(1+t)y+z=-1$ con t parametro reale.

   (a) Quante soluzioni ha per $t=0$? **(3 punti)**

   (b) Quante soluzioni ha per $t=-1$? **(3 punti)**

   (c) Trovare un valore di t per cui il sistema ha una sola soluzione. **(3 punti)**

2. Si consideri l'applicazione lineare $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data da:

$$f(e_1) = 6e_1 - 2e_2$$
$$f(e_2) = 23e_1 - 9e_2 - 4e_3$$
$$f(e_3) = -8e_1 + 3e_2 + e_3$$

   (a) E' simmetrica? E' invertibile? **(3 punti)**

   (b) Determinare una base del nucleo e una base per l'immagine. **(4 punti)**

   (c) E' diagonalizzabile? **(5 punti)**

3. Sia A una matrice reale $n \times n$.

   (a) Si mostri che se A è diagonalizzabile, anche A^2 lo è, ed ha autovalori tutti non negativi. **(4 punti)**

   (b) Si mostri, (con un esempio nel caso $n=2$), che **non** è vero il viceversa. **(5 punti)**