

Geometria (a) — 30 Marzo 2004

1. Considerata la matrice reale:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 8 \\ 1 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcolare gli autovalori di A^2 ed una base di autovettori. **(5 punti)**
- (b) Scrivere il polinomio caratteristico della matrice A^{-2} . **(5 punti)**

2. Considerati, in \mathbb{R}^3 , i piani W e V di equazioni parametriche rispettivamente

$$\begin{aligned} (1, 1, 2) + t(1, 2, -1) + s(1, 2, 1) \\ (2, 3, 3) + t(1, 3, 3) + s(1, 2, 1) \end{aligned}$$

- (a) Mostrare che i due piani non sono paralleli. **(3 punti)**
- (b) Trovare l'equazione parametrica della retta $r = V \cap W$ **(3 punti)**
- (c) Scrivere l'equazione parametrica del piano π passante per l'origine e ortogonale alla retta r . **(3 punti)**

3. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

- (a) Trovare una base del nucleo e una dell'immagine. **(4 punti)**
- (b) Si mostri che è diagonalizzabile. **(4 punti)**

4. Discutere, al variare di k in \mathbb{R} , il seguente sistema lineare: **(4 punti)**

$$\begin{cases} kx & + & kz = 0 \\ -3x & + & y & + & z = 2 \\ +k^2x & & & + & z = 3k \end{cases}$$