

Soluzioni dello scritto del 22 settembre

Esercizio n.1:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ \pi & -1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ rango: } 3 \quad \begin{array}{l} x + 2y - z = 0 \\ 2x + z = 1 \\ \pi x - y = 1 \end{array}, \text{ la soluzione è:}$$

$$\left\{ x = \frac{3}{2\pi + 3}, z = \frac{-3 + 2\pi}{2\pi + 3}, y = \frac{-3 + \pi}{2\pi + 3} \right\}$$

Esercizio n.2:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \text{ autovettori e autovalori:}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \leftrightarrow 1, \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \leftrightarrow 0, \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \leftrightarrow 2,$$

$$\text{base dell'immagine: } \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \right\}, \text{ base del nucleo: } \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}, \text{ rango: } 2$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -5 & 2 & 4 \\ -7 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \text{ rango: } 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3x + 2y + 2z = 0 \\ -5x + 2y + 4z = 0 \\ -7x + 2y + 6z = 0 \end{array} \right\}, \text{ la soluzione è: } \{x = z, y = \frac{1}{2}z, z = z\}$$

Esercizio n.3

molto simile al precedente compito.