

Geometria (Informatica) — 16 Dicembre 2003

1. Considerata la matrice reale:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Calcolare gli autovalori di A ed una base di autovettori. **(5 punti)**

(b) Scrivere il polinomio caratteristico della matrice A^{-1} . **(5 punti)**

2. Si considerino, in \mathbb{R}^3 , i piani W e V di equazioni $x + 2y - z = 0$ e $x + y + z = 0$.

(a) Trovare l'equazione parametrica della retta $r = V \cap W$ **(3 punti)**

(b) Scrivere l'equazione parametrica del piano π passante per l'origine e ortogonale alla retta r . **(4 punti)**

3. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

(a) Trovare una base del nucleo e una dell'immagine. **(4 punti)**

(b) Si mostri che è diagonalizzabile. **(4 punti)**

4. Discutere, al variare di k prima in \mathbb{R} e poi in \mathbb{C} , il seguente sistema lineare: **(5 punti)**

$$\begin{cases} kx & + & kz = 1 \\ -5x & + & y & + & z = 2 \\ -k^2x & & & + & z = 3 \end{cases}$$