

*LA DISPERSIONE DI INQUINANTI IN
ATMOSFERA*

CAPITOLO 1

ENRICO FERRERO

19 febbraio 2009

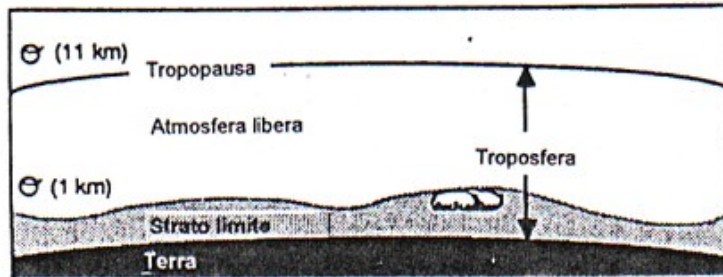


Figura 1: Schema raffigurante le principali suddivisioni della bassa atmosfera; da Stull (1988)

1 Lo strato limite planetario

Lo strato di atmosfera più vicino alla superficie terrestre è chiamato strato limite planetario (Planetary Boundary Layer, PBL). Esso viene anche indicato con il nome di strato limite atmosferico (Atmospheric Boundary Layer, ABL) o semplicemente strato limite (Boundary Layer, BL). È in questa regione dell'atmosfera a più stretto contatto col suolo, che i processi dispersivi, avvengono. Qui hanno luogo i rilasci di inquinanti che vengono diffusi e trasportati dai moti atmosferici. Lo studio del PBL ha non solo una grande importanza scientifica, ma anche molte applicazioni pratiche, in quanto tutte le attività umane e biologiche hanno luogo in questo strato di atmosfera.

1.1 Caratteristiche del PBL

La parte di atmosfera che va dal suolo ad una altezza media di 11 km è chiamata troposfera. Lo Strato Limite Planetario è definito come quella parte della troposfera, situata immediatamente al di sopra del terreno, che è direttamente influenzata dalla presenza della superficie terrestre e risponde alle forzanti superficiali con tempi di scala dell'ordine dell'ora o meno. La restante parte della troposfera è detta atmosfera libera.

Le principali forzanti superficiali sono:

- la resistenza aerodinamica causata dalla forza d'attrito viscoso;
- il trasferimento di calore da e verso il suolo, l'evaporazione e la traspirazione;
- le modificazioni del flusso d'aria indotte dalla conformazione caratteristica del terreno;

- l'emissione di grandi masse di inquinanti (dovute a sorgenti naturali o causate dall'uomo) termicamente disomogenee rispetto all'ambiente circostante (l'emissione di inquinanti può in ogni caso costituire una forzante dal punto di vista ambientale).

E' difficile definire in maniera precisa l'altezza del PBL perchè è molto variabile: oltre a presentare un ciclo diurno, essa risulta variabile nel tempo e nello spazio secondo le condizioni orografiche e meteorologiche del sito; l'altezza comunque è generalmente compresa tra il centinaio di metri (100-200 m, nelle notti serene o con vento debole) e qualche chilometro (1000-2000 m, o anche 3000 m, nelle giornate con elevato irraggiamento solare o forte vento).

Il PBL, sovrastante sia il mare sia la terraferma, è più sottile nelle regioni di alta pressione che in quelle di bassa pressione (si veda la figura). La subsidenza e la divergenza orizzontale nei bassi strati, associate alle alte pressioni sinottiche, muovono infatti l'aria del PBL fuori dall'area di alta pressione verso le aree di bassa pressione; quindi generalmente il PBL presenta, nelle zone stabili e prive di nubi, una scarsa estensione verticale. Al contrario, nelle zone di bassa pressione, la convergenza e i moti ascensionali sospingono l'aria sino a quote elevate (nei casi limite sino alla sommità della troposfera) causando spesso la formazione di nubi cumuliformi; in questa eventualità, è difficile stabilire fisicamente la profondità del PBL, si ricorre quindi ad una definizione convenzionale che situa la sommità del PBL alla quota della base delle nuvole. Tuttavia, al di là di queste valutazioni a scala sinottica, la struttura del PBL viene considerata più su scala locale.

Al di sopra del mare aperto l'altezza del PBL varia abbastanza lentamente sia nello spazio sia nel tempo: la superficie del mare è infatti pressoché uniforme e la sua temperatura non subisce variazioni rilevanti durante il ciclo diurno (a causa del continuo rimescolamento e della elevata capacità termica dell'acqua).

E' importante notare che l'evoluzione diurna della temperatura, cioè la variazione della temperatura dell'aria tra il giorno e la notte, è inesistente nella parte superiore della troposfera. Infatti, indirettamente l'intera troposfera può subire alterazioni in risposta alle condizioni superficiali, ma questa risposta è relativamente lenta fuori del PBL, cioè i tempi di risposta nell'atmosfera libera sono maggiori di quelli del PBL. Per questo motivo, la definizione del PBL include anche un tempo di scala.

Infine premettiamo che, in generale, nello studio del PBL, faremo le seguenti assunzioni. Si ipotizza che il terreno sottostante sia una superficie ideale, infinitamente piatta e che il flusso atmosferico sia orizzontalmente omogeneo, cioè le sue proprietà statistiche (si veda più' avanti) siano indipen-

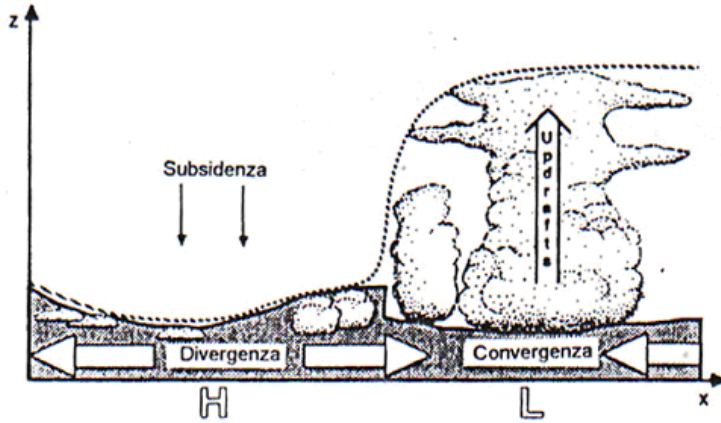


Figura 2: Illustrazione schematica delle variazioni a scala sinottica dell'altezza del PBL; da Stull (1988)

denti dalla posizione orizzontale e variano solo con la quota e il tempo. Di conseguenza si possono ignorare le derivate parziali delle grandezze medie lungo le direzioni orizzontali nelle equazioni del moto. In aggiunta all'omogeneità orizzontale, si assume che il flusso sia stazionario, cioè che le proprietà statistiche non cambino con il tempo, in modo da poter trascurare anche le derivate rispetto al tempo. Le due precedenti condizioni permettono di applicare al PBL la teoria della fluidodinamica semplificata e le leggi empiriche sviluppate negli studi in galleria del vento.

1.2 Il vento nel PBL

Il flusso dell'aria, cioè il vento, può essere suddiviso in tre componenti:

- vento medio,
- onde,
- turbolenza.

Nella figura 3 sono rappresentate le idealizzazioni del solo vento medio (a), le sole onde (b) e la sola turbolenza (c). Ognuna di queste componenti può esistere separatamente o in parziale presenza di ciascuna delle altre, ma nella realtà onde e turbolenza sono comunemente sovrapposte al vento medio.

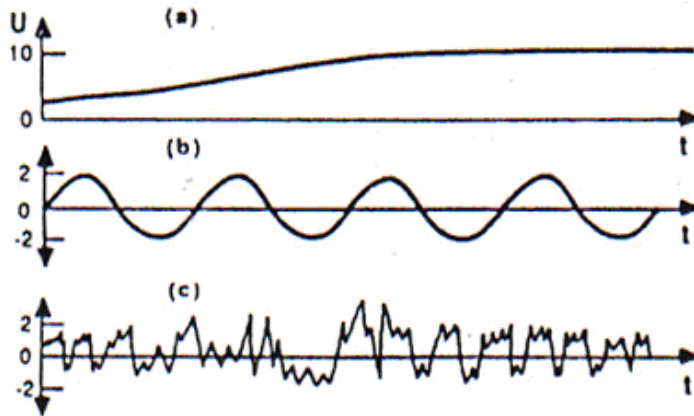


Figura 3: Idealizzazioni del solo vento medio (a), delle sole onde (b) e della sola turbolenza (c); da Stull (1988)

Nel PBL la propagazione di quantità quali calore, quantità di moto, umidità ed inquinanti, è dominata orizzontalmente dal vento medio e verticalmente dalla turbolenza.

Il vento medio è ovviamente responsabile del rapido trasporto orizzontale (avvezione). I valori di velocità orizzontale che caratterizzano il processo di avvezione sono comunemente compresi nell'intervallo 2-10 m/s; bisogna comunque notare che l'attrito con il terreno causa una diminuzione della velocità orizzontale del vento medio vicino al terreno stesso. La velocità verticale del vento medio è piuttosto modesta, generalmente dell'ordine di millimetri o centimetri al secondo (almeno su terreno piatto e in condizioni di debole irraggiamento solare).

Le onde, che possono essere più frequentemente presenti nel PBL notturno, non sono molto efficaci nella propagazione di calore, umidità e altri grandezze scalari come la concentrazione di inquinanti, ma tuttavia esse sono molto efficienti nel trasporto di quantità di moto ed energia. Le onde possono essere generate localmente dallo 'shear' del vento (variazione con la quota della velocità del vento medio) e dalla presenza di ostacoli che perturbano il flusso; oppure si possono propagare da sorgenti, come temporali o esplosioni, lontane dalla zona di osservazione.

Ad ogni modo, il flusso nel PBL è generalmente turbolento: la presenza della turbolenza è infatti proprio una delle caratteristiche tipiche che differenziano il PBL dagli strati superiori dell'atmosfera (dove la turbolenza è presente essenzialmente nelle nubi convettive e in prossimità delle correnti

a getto). Il moto turbolento è considerato una condizione di flusso irregolare nel quale diverse quantità mostrano variazioni casuali sia nel tempo sia nello spazio. La turbolenza è il meccanismo principale della dispersione di inquinanti in atmosfera, prodotti da attività antropogeniche.

La turbolenza è generata da effetti non lineari che si sovrappongono al flusso medio e può essere visualizzata come un insieme di vortici di diverse dimensioni che interagiscono tra loro e con il flusso medio; l'energia associata a ciascuna scala di vortici definisce lo spettro della turbolenza. La maggior parte della turbolenza del PBL è causata da forzanti collegate alla presenza del terreno. Per esempio:

- il riscaldamento del terreno causato dall'irraggiamento solare causa la risalita di masse d'aria calda (correnti termiche);
- l'attrito che il terreno esercita sul flusso causa lo shear del vento che a sua volta è causa di turbolenza;
- la presenza di ostacoli (come, ad esempio, alberi ed edifici) perturba il flusso e può anche causare la formazione di un vortice sottovento (ricircolo o distacco).

Due sono quindi i tipi di sorgenti per la turbolenza nel PBL: una di origine meccanica ed una di origine termica. L'attrito dell'aria con il 'suolo' è la causa meccanica, in quanto determina una diminuzione dell'intensità del vento medio man mano che dalle quote più elevate ci si avvicina al contatto con il suolo. A seguito di ciò si manifesta un gradiente verticale di velocità che produce instabilità nel flusso d'aria e genera un moto turbolento: se si prende una particella d'aria e la si sposta verso l'alto o verso il basso, essa si troverà ad avere una velocità orizzontale minore o maggiore rispetto all'ambiente circostante creando così instabilità. Riguardo agli effetti termici, quando vi è un significativo riscaldamento del suolo e quindi degli strati d'aria ad esso adiacenti, si genera turbolenza di origine termica. Durante il giorno il sole riscalda la superficie terrestre mediante radiazione ad onde corte. La differenza che si genera tra la temperatura del suolo e quella dell'aria soprastante manifesta il suo effetto tramite accelerazioni verticali e moti ascensionali: si instaurano cioè dei fenomeni di tipo convettivo, dovuti alla forza di galleggiamento o di Archimede (buoyancy), che provocano moti di aria calda verso l'alto, ai quali, per il principio di conservazione della massa, sono associati moti discendenti di aria fredda verso il basso. A questo fenomeno si dà il nome di turbolenza convettiva.

La turbolenza è una caratteristica intrinseca del PBL. Se si analizza il tracciato effettuato tramite un qualsiasi anemometro, che mostra l'andamen-

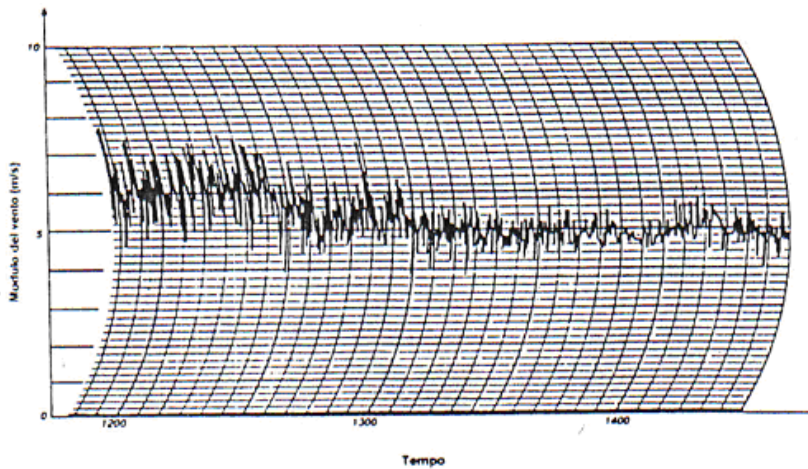


Figura 4: Tracciato anemometrico che illustra un tipico andamento del modulo del vento in funzione del tempo (da Stull, 1988)

to della velocità del vento nel tempo (si veda la figura), si può notare come tale velocità varia in modo irregolare.

La natura casuale della turbolenza rende difficile una descrizione deterministica, per cui diventa necessario un approccio statistico esteso sia ai procedimenti con cui si misurano le variabili atmosferiche, sia alle equazioni che le governano. Guardando il grafico precedente, possiamo fare le seguenti considerazioni.

- La velocità del vento non varia in modo molto marcato ma è compresa in un range limitato. E' quindi misurabile e definibile l'intensità della turbolenza; essa è solitamente definita in modo adimensionale secondo la seguente relazione:

$$I = \frac{\sigma_m}{M} \quad (1)$$

dove σ_m è la deviazione standard del modulo del vento (o della variabile in questione) e M è il suo valor medio (in valore assoluto).

- Esistono tempi di scala diversi per variazioni diverse dell'intensità del vento. Se prendiamo picchi di velocità di un determinato ordine di grandezza, notiamo che la separazione temporale è diversa da quella per picchi di ordine di grandezza differente. Da ciò si deduce che l'intensità del vento varia in modo casuale intorno al valore medio con periodo molto breve. Questo valore medio a sua volta non è costante nel tempo ma lentamente variabile con periodo molto più grande delle piccole fluttuazioni casuali.

Una spiegazione di questo fatto viene dalla presenza nel PBL di vortici, orizzontali e verticali, di varie dimensioni (da qualche millimetro a diversi chilometri), che messi assieme costituiscono la parte turbolenta del moto atmosferico. A fluttuazioni del vento con periodo piccolo sono associati vortici di piccole dimensioni che si sovrappongono ai vortici di dimensioni maggiori relativi a fluttuazioni con periodi maggiori: cioè i piccoli vortici hanno periodi caratteristici più brevi dei grandi vortici. La trattazione teorica di un fenomeno di natura intrinsecamente stocastica, come la turbolenza, avviene tramite l'analisi spettrale che consiste nel supporre l'andamento della velocità del vento come risultante della sovrapposizione di onde regolari di frequenza ben definita, essendo ciascuna frequenza associata alla corrispondente scala di variazione temporale della velocità. Utilizzando, inoltre, quella nota come ipotesi di Taylor (o frozen turbulence), è possibile stabilire una corrispondenza tra la scala di variazione temporale di ciascun vortice e le sue dimensioni spaziali, riconducendosi così a descrivere la turbolenza come risultante dalla sovrapposizione di vortici di varia misura. Questa ipotesi infatti afferma che i vortici turbolente vengono trasportati dal vento medio U senza cambiare le loro caratteristiche. In questo modo è possibile passare dalla coordinata temporale t a quella spaziale x con la semplice trasformazione $x = Ut$. Tramite strumenti matematici (dell'analisi spettrale) è possibile analizzare il contributo dato da ciascuna frequenza (cioè da ciascuna scala di variazione temporale ovvero da ciascuna dimensione dei vortici) all'energia cinetica totale: si ottiene così lo 'spettro di potenza' del vento.

Guardiamo la figura: in ordinata appare una misura della porzione di energia associata ad una determinata dimensione del vortice, mentre l'ascissa indica le dimensioni spaziali del vortice in termini di intervallo temporale ovvero di frequenza di variazione della velocità del vento. Come si può vedere, i vortici più grandi hanno intensità maggiore. I picchi dello spettro sono in corrispondenza delle frequenze che contribuiscono maggiormente all'energia cinetica totale. Notiamo allora che si distinguono tre zone:

- una regione a sinistra in corrispondenza del grande picco (onda sinottica) associato al periodo di circa 100 ore, i cui moti seguono principalmente il flusso medio del vento e sono dominati da vortici di grandi dimensioni spaziali e temporali; corrisponde alle variazioni del vento dovute al passaggio di fronti perturbativi su scala sinottica (estensioni spaziali dell'ordine di 106 m); in questa regione si nota anche un secondo picco (onda diurna) associato al periodo di 24 ore: corrisponde alle variazioni del vento causate dal ciclo diurno (aumento della velocità del vento durante il giorno e decremento durante la notte);
- una regione di passaggio dalla forma di un'ampia valle chiamata 'spec-

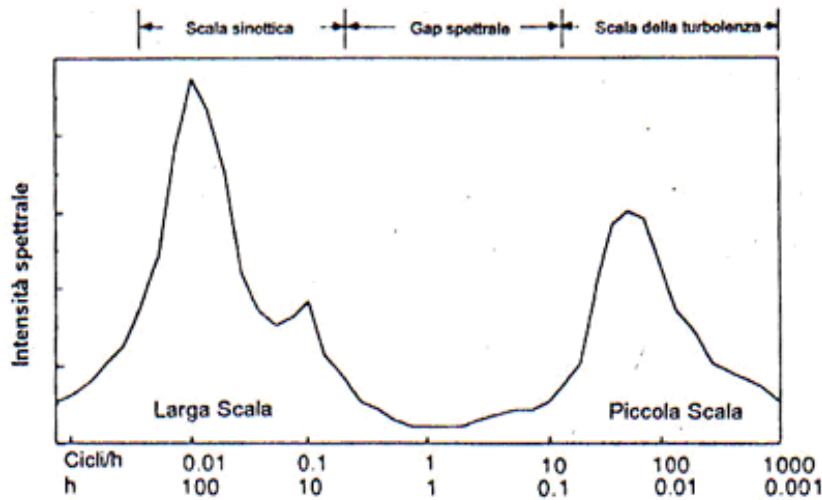


Figura 5: Tipico spettro della velocità del vento in prossimità del suolo: sull'asse delle X è riportata la frequenza (e la corrispondente scala di variazione temporale) dei vortici, sull'asse delle Y vi è la porzione di energia cinetica associata a tale frequenza (da Stull, 1988)

tral gap', che separa la scala sinottica dalla microscala; è una zona, in corrispondenza delle variazioni della velocità del vento con periodi di circa un'ora, alla quale è associata un'energia assai ridotta;

- una regione a destra, i cui moti sono associati alla turbolenza a microscala, caratterizzati da vortici piccoli, di durata dai 10 secondi ai 10 minuti (il picco è associato al periodo di circa 1 minuto); questa struttura a microscala della turbolenza è quella che corrisponde al comportamento casuale del vento illustrato nella figura precedente ed è il più interessante ai fini della diffusione atmosferica a piccola scala.

E' interessante notare che il centro dello spectral gap si trova proprio in corrispondenza di un periodo di tempo di un'ora e, ricordando che separa i moti turbolenti (a destra) dai moti non turbolenti (a sinistra), si può capire perchè si è definito il PBL come quella regione di atmosfera che risponde alle forzanti superficiali su scale temporali di un'ora o meno. La presenza dello spectral gap ci permette di ottenere un'importante semplificazione per le varie scale associate i moti atmosferici, scrivendo il vettore velocità del vento orizzontale come

$$u = U + u' \quad (2)$$

dove U rappresenta il valore medio che varia con un periodo di tempo superiore ad un'ora, mentre u' rappresenta la variazione dovuta alla turbolenza che

interessa periodi inferiori ad un'ora. Il discorso può essere ampliato anche alla componente verticale della velocità del vento e ad altre variabili come la temperatura potenziale, l'umidità, la concentrazione di inquinanti in atmosfera ecc. La procedura di media può essere definita in differenti modi, come media spaziale, temporale, o media di insieme. Quest'ultima presuppone che i flussi atmosferici siano membri di un insieme le cui realizzazioni individuali obbediscono alle equazioni di Navier-Stokes. Nella pratica le medie si considerano equivalenti e generalmente le medie ricavate da misure sono medie temporali. A questo punto è utile introdurre il concetto di flusso di alcune quantità fisiche come quantità di moto, calore ecc. Esso rappresenta la velocità con la quale queste quantità fluiscono attraverso una superficie unitaria nell'unità di tempo. Per quanto riguarda il flusso di quantità di moto c'è da sottolineare che ogni componente della quantità di moto è trasportata da ogni componente del vento, quindi si ottiene che questa quantità è esprimibile attraverso un tensore a nove componenti. É altresì utile introdurre quello che viene chiamato flusso cinematico di quantità di moto semplicemente come il rapporto tra il flusso di quantità di moto e la densità dell'aria (ciò è dovuto al fatto che nella realtà si misura sempre U , velocità del vento e non ρU quantità di moto). Tale grandezza ha le dimensioni del prodotto di 2 velocità dove la prima indica la componente lungo la quale si identifica il flusso, la seconda indica la componente della velocità della quale si considera il flusso. Per quanto visto in precedenza, del flusso cinematico come delle altre variabili meteorologiche se ne considera il valore medio. Tenendo inoltre conto del fatto che possiamo scrivere ogni componente della velocità come la somma del valore medio più una fluttuazione, otteniamo per le componenti della velocità del vento u , v e w rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano (x, y, z) :

$$u = U + u'; \quad v = V + v'; \quad w = W + w' \quad (3)$$

dove le lettere maiuscole indicano il valor medio e l'apice le fluttuazioni. Se prendiamo il prodotto e ne facciamo la media abbiamo:

$$\overline{uw} = \overline{(U + u')(W + w')} = UW + \overline{Uw'} + \overline{u'W} + \overline{u'w'} \quad (4)$$

e analogamente per \overline{uv} e \overline{vw} dove la barra indica l'operazione di media. Essendo per definizione $\overline{u'} = 0$ per qualsiasi componente, otteniamo $\overline{Uw'} = \overline{u'W} = 0$ e quindi:

$$\overline{uw} = UW + \overline{u'w'} \quad (5)$$

Si può vedere che ogni termine che contraddistingue il flusso medio cinematico di quantità di moto può essere diviso in due termini, uno avvertivo dato dal

prodotto delle velocità medie e uno turbolento dato dalla media del prodotto delle perturbazioni della velocità del vento. Possiamo quindi scrivere le nove componenti del flusso turbolento di quantità di moto come il seguente tensore simmetrico detto tensore degli stress di Reynolds:

$$\begin{pmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{pmatrix}$$

dove u', v' e w' sono le fluttuazioni delle componenti della velocità. Per quanto riguarda il flusso medio cinematico turbolento di calore in analogia con quanto detto prima possiamo scrivere le tre componenti come:

$$\overline{u'\theta'}; \overline{v'\theta'}; \overline{w'\theta'} \quad (6)$$

Nel caso specifico delle componente verticale delle velocità del vento abbiamo in genere che il valore medio è uguale a zero e quindi, rispetto a questa direzione, il contributo al flusso totale sarà solo dovuto alla parte turbolenta. I flussi verticali della componente orizzontale della quantità di moto nello strato superficiale, dati da

$$(\overline{u'w'})_s; (\overline{v'w'})_s \quad (7)$$

sono utilizzati per definire una grandezza caratteristica della turbolenza in questo strato, chiamata velocità frizionale e indicata con u_* , che in un generico sistema di riferimento e espressa dalla formula:

$$u_* = ((\overline{u'w'})_s^2 + (\overline{v'w'})_s^2)^{1/4} \quad (8)$$

Se prendiamo un sistema di riferimento in cui la direzione del vento coincide con l'asse x l'equazione diventa:

$$u_* = (-\overline{u'w'})_s^{1/2} \quad (9)$$

essendo $\overline{u'w'}$ sempre negativo. Questo parametro, che ha le dimensioni di una velocità e che è pressoché costante nel surface layer può essere utilizzato per calcolare il profilo di vento verticale, in questo strato, in condizioni neutre. Analogamente si può trattare il flusso di calore sensibile H , dividendolo per il prodotto tra calore specifico a pressione costante e la densità dell'aria:

$$\overline{w'\theta'} = \frac{H}{\rho c_p} \quad (10)$$

1.3 Il profilo logaritmico del vento medio

A titolo di esempio, supponiamo che un vortice sposti in verticale una particella in un'aria ambiente caratterizzata da un profilo di velocità media orizzontale $U(z)$ linearmente crescente. Supponiamo anche che, essendo il vortice sufficientemente piccolo, la velocità orizzontale della particella non cambi durante lo spostamento. Allora se quest'ultima è spostata ad una distanza z' dalla sua posizione iniziale avrà una velocità differente da quella dell'aria circostante. La differenza tra queste due velocità la possiamo scrivere come:

$$u' = - \left(\frac{dU}{dz} \right) z'$$

dove il segno meno indica che, se la fluttuazione della posizione è verso l'alto ($z' > 0$), la velocità iniziale della particella è minore di quella delle particelle nella posizione finale e quindi si produce una fluttuazione negativa. Se è verso il basso ($z' < 0$) viceversa la fluttuazione di velocità è positiva. Supponendo che ci sia una relazione lineare tra la turbolenza verticale e orizzontale (nello strato superficiale la turbolenza è prevalentemente di origine meccanica) scriviamo per la velocità verticale che sposta la particella:

$$w' = -Cu'$$

dove C è una costante e il segno meno indica che ad una fluttuazione positiva di w' corrisponde una negativa di u' e viceversa, essendo il profilo di velocità media crescente. Otteniamo così:

$$w' = C \left| \frac{dU}{dz} \right| z';$$

moltiplicando ambo i membri per u' , tenendo conto della relazione precedente e facendo una media tra le dimensioni dei possibili vortici, quindi su z' , si ottiene:

$$\overline{u'w'} = -C \overline{z'^2} \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 ;$$

dove $\overline{z'^2}$ è la media quadratica dello spostamento della particella.

Definiamo $l^2 = C \overline{z'^2}$ lunghezza di rimescolamento o *mixing length*. Assumendo che nello strato superficiale essa venga limitata dalla distanza rispetto alla superficie terrestre possiamo scrivere $l = kz$, dove z è la quota e k è una costante adimensionale di valore circa 0.4 ottenuto empiricamente (costante di von Karman). Ora, noi sappiamo che nel surface layer $\overline{u'w'}$ è circa costante e uguale a $(\overline{u'w'})_s$, che è stata usata per definire u_* e dunque $u_*^2 = -\overline{u'w'}$. Sostituendo otteniamo:

$$u_* = kz \left(\frac{dU}{dz} \right) ;$$

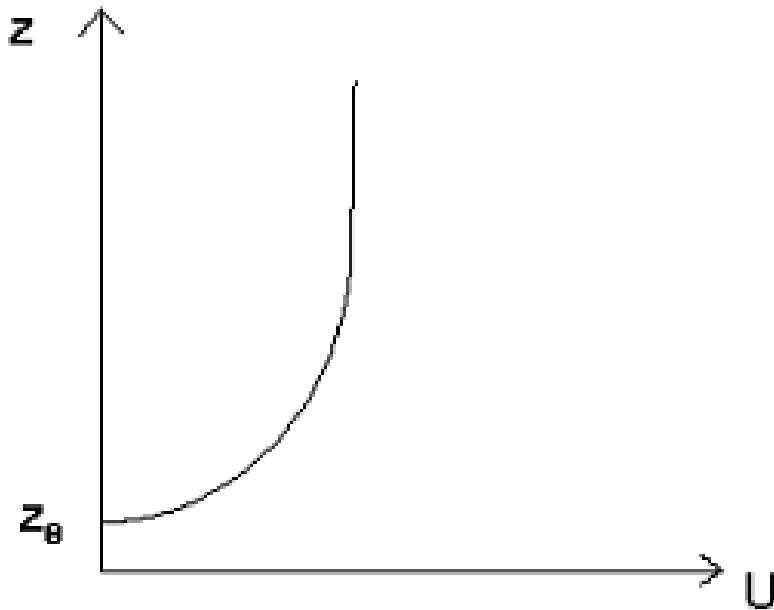


Figura 6: Profilo logaritmico del vento medio

da cui:

$$dU = \frac{u_*}{kz} dz;$$

che integrata tra z_0 (quota in cui $U = 0$) e una generica quota z fornisce il profilo di vento medio (figura):

$$U = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right); \quad (11)$$

La quantità z_0 è detta altezza di rugosità ed è caratteristica del tipo di superficie (rappresenta una specie di altezza media degli ostacoli presenti).

2 Trattazione statistica della turbolenza

I termini diagonali del tensore degli stress definiscono l'energia cinetica turbolenta media per unità di massa, e (TKE), che rappresenta la quantità di energia associata al moto turbolento nelle tre direzioni:

$$e = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2});$$

In quest'equazione è stata usata la quantità $\overline{w'^2}$ che nello studio dei moti atmosferici turbolenti è definita come momento del secondo ordine delle velocità verticali. Infatti la velocità verticale di una particella d'aria ha un andamento casuale che segue una determinata funzione di densità di probabilità o PDF (*Probability Density Function*), la quale, in generale, è definita univocamente se, oltre a $\overline{w'^2}$, si conoscono tutti gli infiniti momenti $\overline{w'^n}$, con n che va da 0 a infinito. La quantità:

$$\int_w^{(w+\Delta w)} P(w) dw,$$

dove P(w) è la funzione densità di probabilità delle velocità w, rappresenta la probabilità che una particella d'aria abbia velocità compresa tra w e w + Δw. Il generico momento $\overline{w'^n}$ è legato alla PDF nel seguente modo:

$$\overline{w'^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} w'^n P(w) dw,$$

La descrizione statistica di una generica variabile s in un flusso turbolento può essere ottenuta attraverso la conoscenza dei suoi momenti o della sua funzione di densità di probabilità P(s). Si ha per il momento (non centrato) di ordine n:

$$\hat{\mu}_n = \langle s'^n \rangle = \overline{s'^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} s'^n P(s) ds.$$

Teoricamente n può andare fino all'infinito, cioè teoricamente possono esistere infiniti momenti della grandezza statistica s. Ai fini pratici ci si ferma ad utilizzare i primi tre o quattro momenti:

- la media o momento del primo ordine,

$$\mu_1 = \langle s' \rangle = \overline{s'} = \int_{-\infty}^{+\infty} s' P(s) ds.$$

- la varianza o momento centrato del secondo ordine,

$$\mu_2 = \langle (s' - \overline{s'})^2 \rangle = \overline{(s' - \overline{s'})^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (s' - \overline{s'})^2 P(s) ds.$$

- il momento centrato del terzo ordine,

$$\mu_3 = \langle (s' - \overline{s'})^3 \rangle = \overline{(s' - \overline{s'})^3} = \int_{-\infty}^{+\infty} (s' - \overline{s'})^3 P(s) ds.$$

- il momento centrato del quarto ordine,

$$\mu_4 = \langle (s' - \bar{s}')^4 \rangle = \overline{(s' - \bar{s}')^4} = \int_{-\infty}^{+\infty} (s' - \bar{s}')^4 P(s) ds.$$

Si definiscono Skewness (S) e Kurtosis (K) il terzo e quarto momento normalizzati con il secondo momento:

$$S = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \quad K = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \quad (12)$$

3 Le Scale della Turbolenza

Immaginando il flusso turbolento costituito da un insieme di vortici di diverse dimensioni, possiamo caratterizzare un determinato flusso attraverso le dimensioni caratteristiche dei vortici stessi o *scale*. La scala dei vortici più grandi è detta *scala integrale*:

$$L = \int_0^{+\infty} \frac{R(r)}{R(0)} dr,$$

dove R è la funzione di autocorrelazione spaziale (Figura 7) delle velocità definita come:

$$R(r) = \overline{u'(x)u'(x+r)},$$

L rappresenta la massima distanza a cui le velocità turbolente sono correlate e quindi la dimensione dei vortici più grandi.

In turbolenza omogenea e isotropa (lontano dalla superficie) vale l'ipotesi di località di Kolmogorov (prima ipotesi):

Le proprietà medie dei vortici a piccola scala di ogni flusso turbolento a grandi numeri di Reynolds sono unicamente determinate dalla viscosità cinematica del fluido e dal tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta.

Questa ipotesi è valida per scale l nel range di equilibrio:

$$\mu < l < L$$

dove

$$\mu = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4}$$

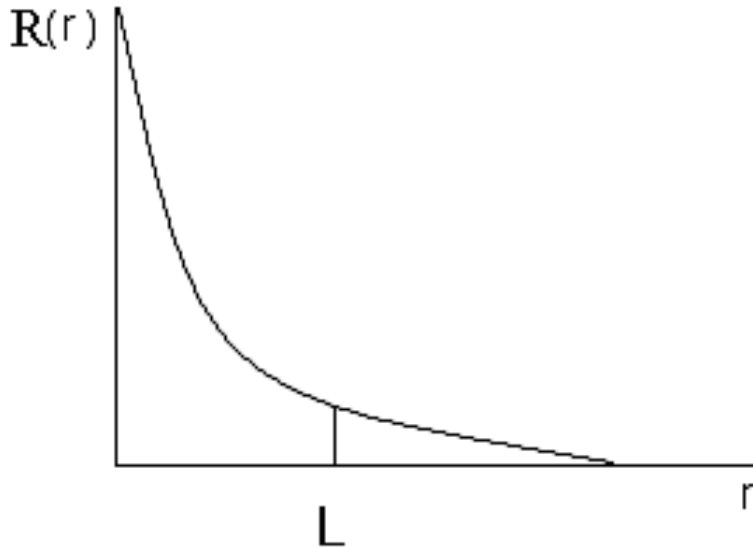


Figura 7: Funzione di autocorrelazione delle velocità

è la scala di Kolmogorov, ν e' la viscosità (cinematica) molecolare ed ϵ il rateo di dissipazione l'energia cinetica turbolenta e . La seconda ipotesi di Kolmogorov è la seguente:

Per grandi numeri di Reynolds esiste un subrange del range di equilibrio nel quale le proprietà medie del flusso sono determinate solo dal tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta.

Tale subrange è detto *inerziale* ed è definito dalla disuguaglianza

$$\eta < l < L$$

dove

$$\eta = \left(\frac{\nu e}{\epsilon}\right)^{1/2}$$

è la *Microscala di Taylor* scala dove gli effetti viscosi diventano importanti. In questo range l'energia non viene introdotta nel sistema e non viene dissipata, si ha solamente un trasferimento dalla grande scala alla piccola scala (Figura 8).

In un ABL convettivo si ha:

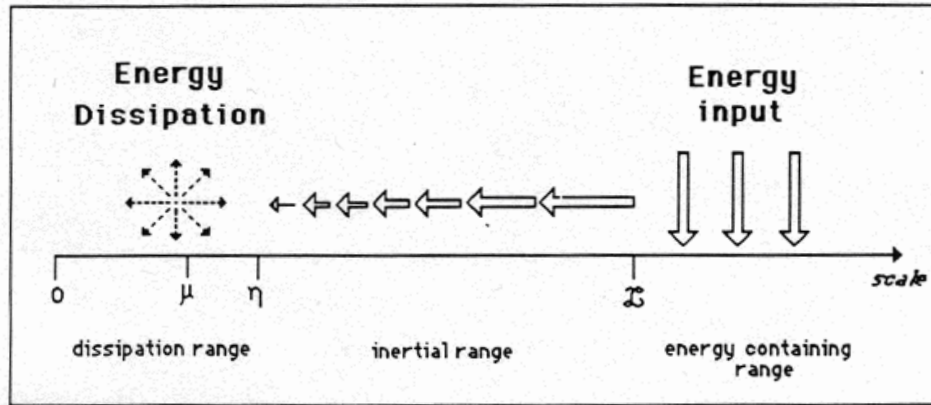


Figura 8: Cascata dell'energia nel range inerziale, da Sorbjan (1989)

$\epsilon \sim 3 \cdot 10^{-3} m^2 s^{-3}$, $e \sim 2 m^2 s^{-2}$, $\nu \sim 1.5 \cdot 10^{-5} m^2 s^{-1}$ e quindi
 $\eta \sim 0.1 m$, $\mu \sim 0.001 m$ con $L \sim 100 m$