

*LA DISPERSIONE DI INQUINANTI IN
ATMOSFERA*

CAPITOLO 4

ENRICO FERRERO

5 marzo 2009

1 Lo Strato Limite Stabile (SBL)

1.1 La formazione del SBL

Con il tramonto del sole e l'avanzare della notte, la porzione inferiore del PBL viene trasformata in uno strato stabile a causa del raffreddamento della superficie terrestre, che cede calore all'atmosfera per irraggiamento e il conseguente flusso di calore dall'atmosfera (più calda) al suolo (più freddo). Si forma così lo Strato Limite Stabile (*Stable Boundary Layer* (SBL)), anche detto *Nocturnal Boundary Layer* (NBL), caratterizzato da una inversione di temperatura con base al suolo. Infatti lo strato limite stabile è a diretto contatto con il terreno (si trova al di sotto del RL). La sua formazione inizia già poco prima del tramonto e, con il progredire della notte, la sua profondità aumenta dal suolo verso l'alto, a spese del RL, man mano che il processo di raffreddamento dello strato d'aria a più diretto contatto con il terreno progredisce. In queste condizioni si genera perciò uno strato d'inversione al suolo ed i moti verticali dell'aria tendono ad essere soppressi, poiché ogni eventuale moto iniziale di particelle d'aria viene attenuato, sia verso l'alto sia verso il basso. Nel moto verso l'alto a causa dell'espansione adiabatica la particella viene a trovarsi ad una temperatura minore dell'aria a quella quota, mentre in un moto diretto verso il basso viene a trovarsi ad una temperatura superiore e quindi, in entrambi i casi, la particella tende a ritornare alla sua posizione iniziale (si veda il capitolo sulla stabilità). Lo SBL è quindi caratterizzato da stratificazione stabile con gradiente termico subadiabatico (gradiente verticale di temperatura potenziale positivo).

1.2 L'inversione termica

Nello studio della dinamica atmosferica degli inquinanti, il fenomeno delle inversioni termiche nei bassi strati atmosferici acquista una particolare importanza. Questo perché gli strati di inversione possono diventare un ostacolo alla diluizione degli agenti inquinanti. Con il termine di inversione termica si indica quel fenomeno che si riscontra nell'atmosfera caratterizzata da un aumento anziché una diminuzione della temperatura al crescere dell'altezza. Si potrebbe quindi dire che l'inizio e la fine della condizione di inversione dovrebbero avvenire quando il gradiente della temperatura potenziale θ è uguale a zero (ovvero il gradiente termico è adiabatico). Nella pratica il termine inversione è usato per indicare proprio uno strato, di piccolo spessore, molto stabile. Ovviamente è molto raro che uno strato molto spesso possa avere lo stesso tipo di gradiente per tutta la sua estensione verticale; ciò che

determina le proprietà più importanti dello strato stabile è la posizione e l'intensità degli strati più stabili, ma sottili, che si trovano in esso.

Gli elementi che caratterizzano un'inversione sono:

- la dimensione geometrica o spessore
- la quota
- l'intensità

Lo spessore è la distanza verticale che intercorre tra la base e la sommità dell'inversione, cioè il luogo dei punti dove la temperatura comincia, rispettivamente, ad aumentare e a diminuire con l'altezza.

La posizione nello spazio indica se l'inversione termica si trova al suolo (e forma lo strato limite stabile) quando la sua base coincide con la superficie terrestre, od in quota, se la sua base si trova ad una certa altezza dal suolo. L'intensità di un'inversione indica la differenza di temperatura che intercorre tra la base e il top dell'inversione. La differenza di temperatura tra la base e il top dell'inversione (cioè, praticamente, tra il *Residual Layer*, alla sommità del SBL, e il *Surface Layer*, alla base del SBL) ha dei valori che tipicamente variano nell'intervallo da 0 °C, appena all'inizio ('transition') dell'instaurarsi dell'inversione, a 15 °C al mattino, a seconda anche dell'intensità della turbolenza e della copertura nuvolosa.

Le inversioni si possono originare per differenti motivi: di origine radiativa, di natura avvertiva o frontale, per l'*entrainment* (cattura dell'aria ambiente) al di sopra di una zona convettiva, o da subsidenza. Il *Nocturnal Boundary Layer* nasce da un'inversione radiativa: dopo l'intenso e continuo rimescolamento degli strati d'aria nelle ore diurne e dopo che la temperatura superficiale del suolo perviene al suo massimo per il riscaldamento solare, nel tardo pomeriggio, comincia un progressivo processo di stratificazione per il raffreddamento del suolo, dando così inizio al fenomeno di inversione. Tale processo s'intensifica durante la notte raggiungendo il suo massimo al sorgere del sole, momento in cui lo spessore dell'inversione è al culmine; dopo di che, a causa di nuovo del progressivo riscaldamento del suolo, l'inversione si distrugge gradualmente a partire dalla base originaria verso la sommità.

1.3 L'altezza del SBL

L'altezza del SBL (cioè l'altezza di questa inversione, in cui il gradiente di θ si mantiene positivo) può crescere fino ad un valore di 100-500 m. Comunque, al contrario di quanto accade per il CBL, che ha un limite superiore ben definito (dall'*entrainment zone*, zona di cattura dell'aria al di sopra del

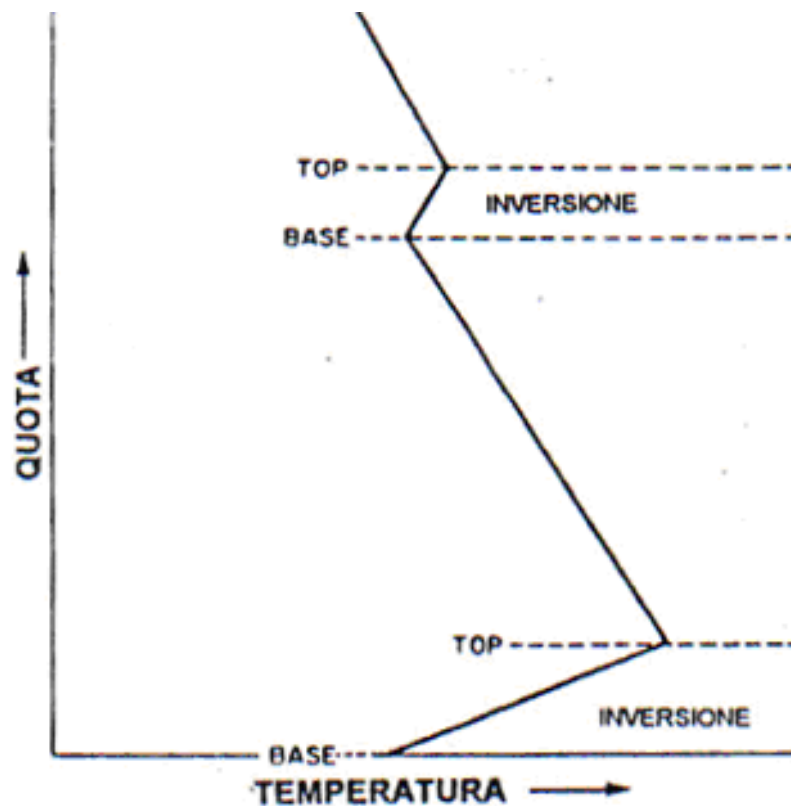


Figura 1: La figura illustra due distinte inversioni, una a diretto contatto con il suolo, e l'altra in quota; sono indicate la base e il top di ognuna.

PBL) che si può stimare secondo i seguenti criteri: lo SBL non ha un netto confine superiore, ma si dissolve con continuità nel RL superiore. Per questo motivo l'altezza del SBL è più difficile da quantificare. In letteratura si trovano diverse definizioni di altezza del SBL. Per esempio l'altezza h del SBL può trovarsi definita come: Valori tipici dell'altezza dell'SBL vanno in un intervallo compreso da quasi zero, al momento della transizione, fino a oltre 1000 m; solitamente, comunque, lo SBL ha profondità di circa 100-500 m. Tutte le definizioni dell'SBL, che richiedono di confrontare un gradiente o un flusso uguale a zero, sono particolarmente difficili da applicare nella realtà, perché queste quantità possono spesso avvicinarsi, in varia misura, a zero, ma praticamente mai uguagliare esattamente il valore zero. Si noti che l'SBL può anche formarsi durante il giorno: ad esempio con il cielo coperto da uno strato di nubi sottili medio-alte oppure nelle giornate nebbiose, ovvero tutte le volte che la superficie del terreno è più fredda dell'aria sovrastante, cosicché possono instaurarsi le condizioni per una stratificazione stabile. Questa eventualità si verifica quando si ha il trasporto di aria calda al di sopra di

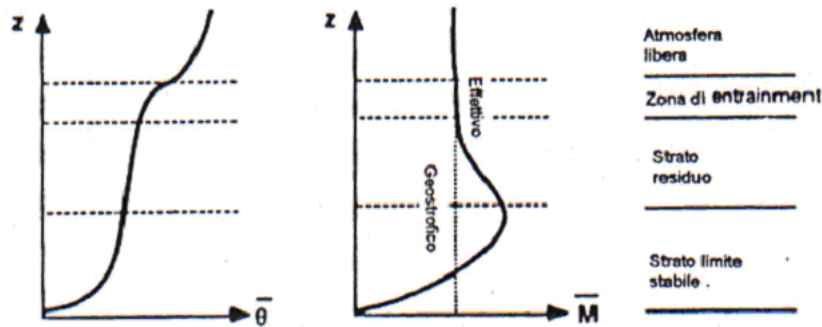


Figura 2: Profili verticali della temperatura potenziale media e del modulo del vento medio, nel SBL (in una regione di alta pressione); da Stull, 1988

Tabella 1: ALTEZZA DELLO STRATO CONVETTIVO O NEUTRO

$TKE = 0$	Sommità dello strato turbolento (o del <i>mixed layer</i> , se presente)
$TKE = 0.05 TKE_s$	altezza alla quale la turbolenza è ridotta al solo 5% del suo valore superficiale
$\overline{u'w'} = 0$	Sommità dello <i>stress layer</i>
$\overline{u'w'} = 0.05\overline{u'w'}_s$	altezza alla quale il flusso verticale della quantità di moto orizzontale è pari al 5% del suo valore superficiale
$\overline{U} = U_g$	base della <i>free atmosphere</i> , dove il vento diventa geostrofico

una superficie più fredda come ad esempio accade dopo il passaggio di un fronte caldo oppure anche in prossimità delle coste.

1.4 La turbolenza nello SBL

Lo stable boundary layer è caratterizzato da una bassa percentuale di moto turbolento: la turbolenza è debole e/o sporadica. Essa può essere sostanzialmente solo di origine meccanica; ed è quindi generata più fortemente negli strati più bassi vicini alla superficie: salendo con la quota diminuisce rapidamente. Solo vicino alla superficie la turbolenza ha un'energia sufficiente a causare un certo rimescolamento; al disopra di queste regioni superficiali, l'aria si muove poco, quasi completamente imperturbata, con poco rimescolamento. Così, i moti verticali dell'aria tendono ad essere soppressi, la dispersione verticale degli inquinanti in tali condizioni sarà molto bassa ed essi possono rimanere intrappolati nell'atmosfera più bassa, a causa delle inversioni, con conseguenze preoccupanti per le attività umane. Anche il comporta-

Tabella 2: ALTEZZA DELLO STRATO STABILE

$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = 0$	Sommità del SBL, cioè l'altezza in cui il gradiente termico (lapse rate) diventa adiabatico
$\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = 0$	Sommità dell'inversione, cioè l'altezza in cui il <i>lapse rate</i> di \bar{T} è perfettamente isoterma
\bar{U} è massimo	altezza del <i>nocturnal jet</i>

mento dell'umidità e del vapore acqueo risentono della stabilità atmosferica, quando la turbolenza è soppressa, lo stesso avviene per il trasporto di vapore acqueo. Con uno scarso rimescolamento dell'aria, l'umidità può ristagnare nei bassi strati dell'atmosfera, dando luogo ai fenomeni di nebbia e smog insieme agli inquinanti in sospensione. Generalmente le condizioni di stabilità sono associate a vento debole. Tuttavia, durante la notte, il vento ha un comportamento molto complesso (figura 2). Nei primi 2-10 m al di sopra del suolo, la direzione del vento è determinata dalla topografia locale, mentre l'intensità è governata dagli effetti di galleggiamento e dall'attrito. Un debole vento fa scendere aria fredda lungo i rilievi (vento catabatico). Il vento catabatico è presente in situazioni di orografia complessa nei primi metri al di sopra del suolo; esso è generato alla forza di gravità che causa la discesa, lungo le pendici dei rilievi, dell'aria fredda notturna a diretto contatto con il terreno; l'aria fredda converge quindi verso gli avvallamenti e vi ristagna. Il vento catabatico può raggiungere l'intensità di 1 m/s e può rendere le misure di vento, effettuate da stazioni meteorologiche situate in zone affette da tale fenomeno, del tutto scorrelate rispetto al flusso medio nelle zone pianeggianti. Nei fondovalle e nelle depressioni il vento può diventare decisamente calmo. Nei pressi del suolo quindi, l'intensità del vento medio è generalmente bassa. Poi, all'aumentare della quota, le forzanti sinottiche e di mesoscala diventano importanti, e la velocità del vento può subire un deciso incremento sino a raggiungere, nella zona di confine con il RL, valori a volte superiori a quelli del vento geostrofico (questo vento intenso, con valori estremi di 10-30 m/s, è detto *low-level jet* o *nocturnal jet*). Aumentando ulteriormente la quota, l'intensità diminuisce nuovamente fino a raggiungere il valore di quella del vento geostrofico; tale valore è mantenuto sino alla sommità del RL. Il profilo del vento nel *Nocturnal Boundary Layer*, dunque, spesso non è omogeneo né stazionario, evolve col tempo durante la notte e presenta diverse caratteristiche molto complesse per lo studio del SBL. Mentre la stratificazione stabile dell'aria tende a sopprimere la turbolenza, l'intenso *shear* (variazione con la quota) del vento, determinato dalla presenza del *nocturnal jet*, tende

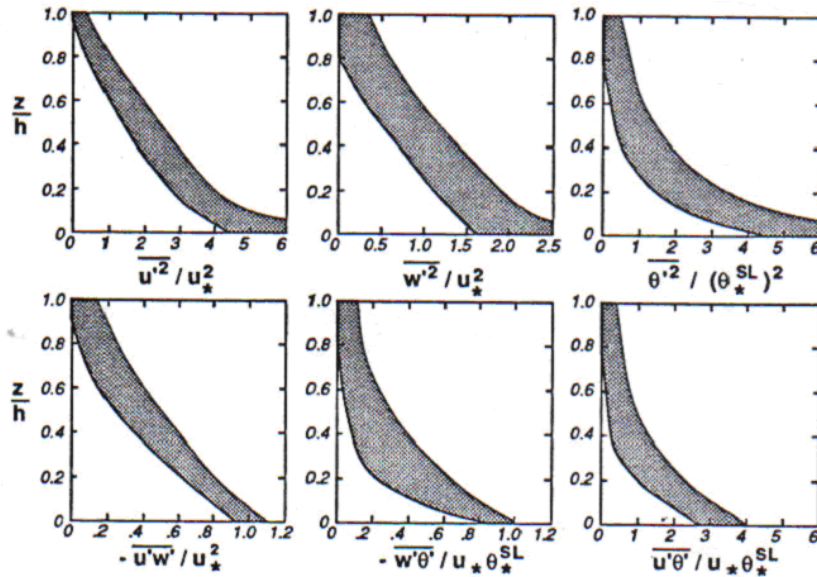


Figura 3: Profili verticali di varianze e covarianze di alcune quantità tipiche, come misura della turbolenza nel SBL; le aree ombrate rappresentano le fluttuazioni dei dati (Stull, 1988)

a generare altra turbolenza. Come risultato si ottengono, a volte, delle brevi 'raffiche' turbolente che possono causare rimescolamento nel SBL. La concomitanza e l'equilibrio tra i diversi fenomeni di turbolenza meccanica da una parte ed il loro parallelo smorzamento per la stabilità dell'atmosfera dall'altra, variano da caso a caso e possono creare condizioni di strato limite stabile che vanno da uno stato di buon rimescolamento ad uno decisamente non turbolento. La turbolenza del SBL è sporadica e spazialmente distribuita in maniera discontinua e intermittente, dando luogo ad una configurazione difficoltosa in cui le porzioni più alte del SBL sono scorrelate dalle forzanti superficiali. La turbolenza diminuisce gradualmente con l'altezza (figure) così che al top del SBL essa si riduce gradatamente a quella del RL oppure lo strato limite può diventare anche non turbolento, cioè i moti turbolenti verticali sono soppressi dalla stabilità. Altre oscillazioni verticali possono manifestarsi per buoyancy (forze di galleggiamento) attraverso le cosiddette onde di gravità (*gravity waves*).

Quindi, nel complesso, si capisce come lo SBL presenti caratteristiche molto complicate e risultati difficile da studiare e parametrizzare correttamente. La figura 4 riassume gli andamenti dei profili medi di tutte le principali variabili nel SBL, in un caso di debole rimescolamento turbolento. La condizione di stabilità è più forte vicino al suolo e diminuisce poi gradatamente verso

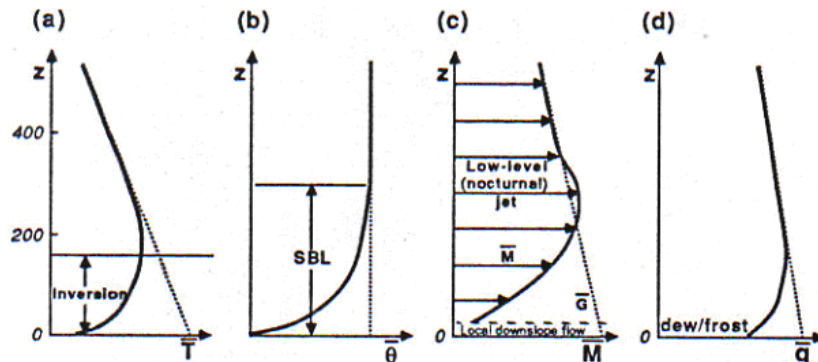


Figura 4: Tipici profili dei valori medi di variabili meteorologiche per il SBL: (a) temperatura assoluta, (b) temperatura potenziale, (c) velocità del vento, (d) umidità specifica.

quella neutra, salendo con la quota. Anche l'umidità nel SBL appare difficile da studiare, perché alle volte l'evaporazione superficiale può continuare nella notte e la condensazione può dare origine a fenomeni di brina. In caso di turbolenza ridotta, si possono formare forti gradienti di umidità vicino alla superficie.

1.5 Il comportamento degli inquinanti nel SBL

Per quanto riguarda la dispersione degli inquinanti emessi nel SBL, bisogna notare che la loro diffusione orizzontale è molto più rapida e ampia di quella verticale, perché le capacità dispersive dell'atmosfera, come già detto, sono scarse e predominano effetti cosiddetti di trasporto, cioè dovuti alle variazioni orizzontali della direzione del vento medio. Questo comportamento è chiamato 'fanning' perché l'effluente risulta distribuito 'a ventaglio'. In condizioni di vento debole si possono inoltre osservare dei caratteristici serpeggiamenti (o 'sbandieramento') che, a differenza di quelli che si verificano nel CBL (verticali), sono però confinati su un piano orizzontale, quello contenente l'asse del pennacchio, e lo spessore dell'effluente rimane molto limitato anche su lunghe distanze. La dispersione orizzontale, comunque, può variare notevolmente dalla forma a 'nastro' che si conserva per lunghe distanze, se l'effluente si diluisce in un campo dinamico stazionario, a quella del tipo decisamente a 'bandiera', se la direzione del vento è molto variabile. Questo comportamento degli inquinanti dà luogo alla fine a una struttura chiamata *layer-cake*. Cioè gli inquinanti presenti in atmosfera (persino senza una diretta emissione da una sorgente notturna) si diffondono orizzontalmente in sottili sottostrati, e il forte shear del vento con le continue variazioni di

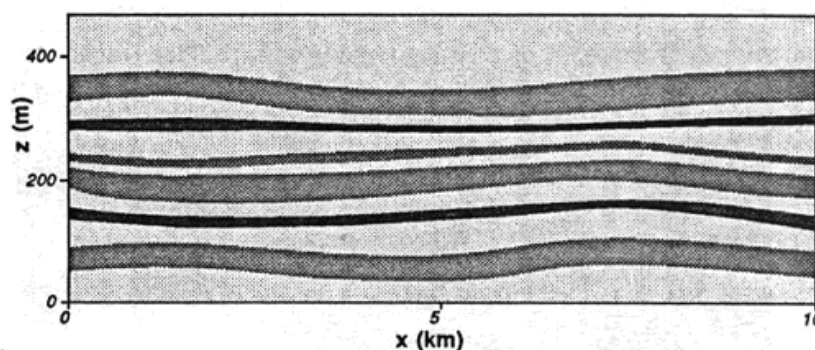


Figura 5: Struttura a 'layer-cake' di aerosoli diffusi in atmosfera, spesso presente nel SBL (da Stull, 1988)

direzione determinano un'ampia distribuzione di concentrazioni d'inquinanti diverse ad altezze diverse (figura 5). Questa struttura di stratificazione verticale a *layer-cake* caratterizza non solo le concentrazioni di inquinanti, ma anche le grandezze meteorologiche temperatura, umidità e turbolenza. Dal momento che c'è quindi uno scarso rimescolamento verticale, i componenti fotosensibili degli inquinanti presenti nei vari strati d'aria stabili possono dar luogo a reazioni chimiche durante la notte pur in assenza della radiazione solare.

Nella situazione di atmosfera stabile dunque si è visto che gli effluenti, soprattutto se emessi alla sommità del SBL oppure direttamente nel RL, a causa della scarsa intensità della turbolenza, si diffondono difficilmente verso il suolo: così essi possono essere trasportati, durante la notte, anche a centinaia di chilometri dalla sorgente.

Ci sono ancora altri due casi particolari per il SBL, che possiamo analizzare. Nel RL (al disopra del SBL) i pennacchi di fumo si possono diffondere verso il basso finché non incontrano la sommità del SBL a far loro da sbarramento: questa configurazione è detta *lofting*, perché l'effluente, emesso ad un'altezza che è superiore alla sommità del gradiente subadiabatico del SBL, scorre lungo la parte superiore dello strato di inversione senza abbattersi al suolo, appunto perché incontra uno strato d'aria a forte stabilità che fa da scudo al suolo sottostante. Le condizioni di *lofting* si verificano più frequentemente nelle ore prossime al tramonto del sole e la loro durata è ovviamente funzione dell'altezza della sorgente sul suolo e dall'intensità dello strato di inversione.

Dopo l'alba, inizia a svilupparsi il ML che erode via via lo SBL; quando la sua sommità raggiunge la quota alla quale la discesa degli effluenti, durante la notte, era stata bloccata dall'inversione, ha luogo l'*entrainment*

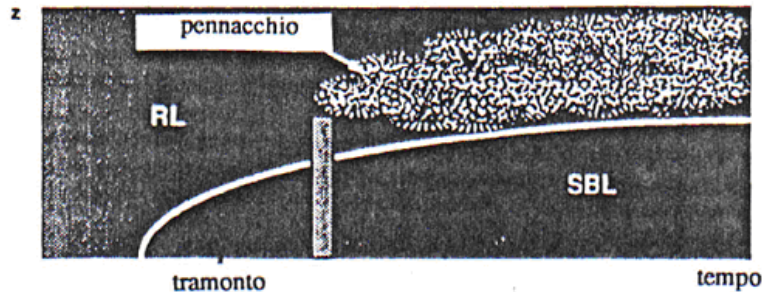


Figura 6: Rappresentazione schematica del lofting; da Stull, 1988

(cattura) degli inquinanti nel ML e la loro rapida diffusione verso il terreno. In altri termini, in questo caso, a differenza di quello precedente, lo strato di inversione del SBL si trova al di sopra della sorgente, e non al di sotto. L'intensità del vento aumenta progressivamente dal suolo con l'altezza fino in prossimità della base dell'inversione ove si registra una diminuzione. Questo tipo di situazione determina moti organizzati su piccoli vortici nell'atmosfera al di sotto dell'inversione e moti quasi laminari nella parte superiore. L'effluente, che si trova già nel ML, incontra nella sua ascesa uno strato forte di stabilità e quindi rimane intrappolato e si diffonde verso il suolo; la dispersione laterale è in questo caso alquanto modesta. Questo processo è detto fumigazione (*fumigation*). La fumigazione può essere un processo critico dal punto di vista ambientale perché, in condizioni particolarmente sfavorevoli, può produrre concentrazioni al suolo molto rilevanti.

Questo tipo di comportamento dell'effluente si verifica all'alba, poche ore dopo il sorgere del sole, cioè quando l'inversione da radiazione, esistente dalla notte, comincia a dissiparsi ed è lentamente rimpiazzata da uno strato di nuovo neutrale o instabile. Queste condizioni di dispersione si possono sviluppare anche in presenza di brezze di mare nella tarda mattinata, o nel primo pomeriggio dei mesi caldi. Si veda la figura 8: in prossimità delle coste, il vento soffia dal mare verso la terraferma (brezza di mare). Un camino, sufficientemente elevato e vicino alla costa, immette gli effluenti nello strato stabile (o neutro) che si trova al di sopra del mare; tali effluenti sono quindi trasportati dal vento verso l'entroterra dove incontrano la sommità del ML più basso (che si sviluppa supportato dalla terraferma) e a questo punto inizia il processo di entrainment (cattura) degli inquinanti e di diffusione verso il suolo.

Infine, un ultimo caso di dispersione che possiamo ancora presentare per lo SBL è quello della diffusione dell'inquinante in presenza dello *shear* del vento,

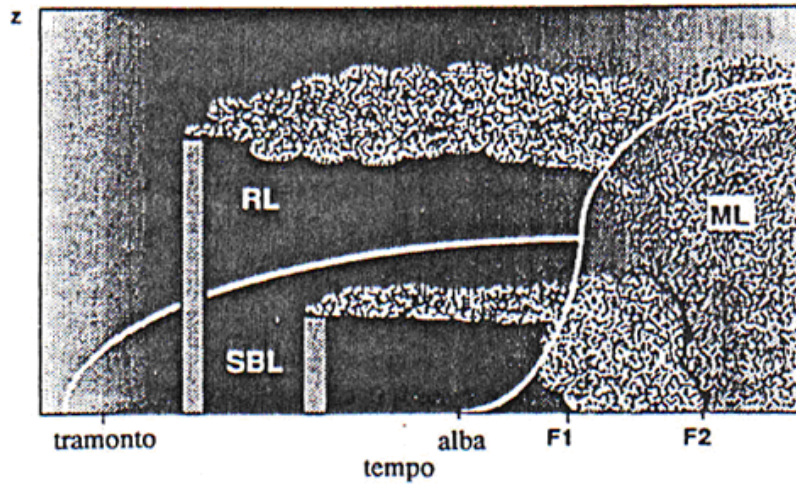


Figura 7: Rappresentazione schematica della fumigation; da Stull, 1988

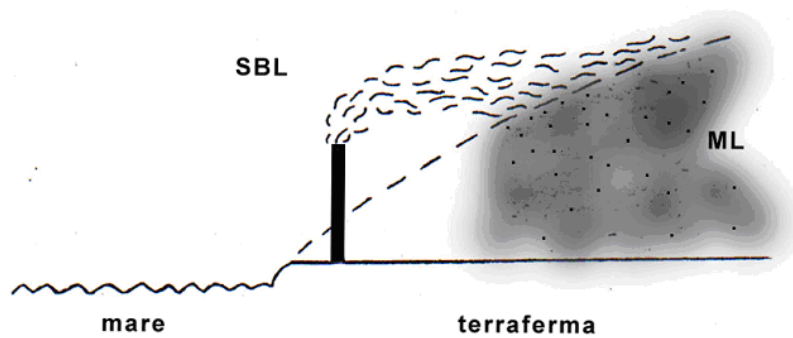


Figura 8: Rappresentazione schematica della discesa al suolo degli inquinanti in uno SBL in prossimità delle coste

fenomeno tipico per lo strato limite stabile (come già esposto). Lo shear del vento ha una sua particolare influenza sulla forma dell'effluente all'uscita dalla sorgente. Com'è noto, lo shear consiste in una repentina variazione in quota della velocità e o direzione del vento, e, come già detto, può essere molto frequente in quota nello SBL. Il repentino aumento della velocità del vento, come si verifica subito al di sopra di un'inversione, tende ad allungare il pennacchio nella direzione sottovento, diminuendone la concentrazione. La variazione della direzione del vento orizzontale, invece, determina un effetto laterale di dispersione, effetto che è di difficile rappresentazione nei calcoli di dispersione benché abbia la sua importanza, particolarmente a grandi distanze sottovento.

2 Lo strato limite urbano (UBL)

Tutte le caratteristiche del PBL, a partire, ad esempio, dall'andamento del gradiente termico, come fin qui esposte, sono sicuramente valide per le zone extraurbane e rurali; però nelle zone urbane le cose possono andare assai diversamente, a causa della presenza dei fabbricati e delle strade, nonché del traffico dei veicoli a motore, e delle sorgenti di calore, che, tutti assieme, influiscono indubbiamente sulla struttura termica dell'area urbana.

L'urbanizzazione, che include costruzioni residenziali, industriali e commerciali, produce cambiamenti radicali nelle caratteristiche radiative, termodinamiche e aerodinamiche della superficie rispetto a quelle delle zone rurali circostanti. Ciò produce una disomogeneità orizzontale. Le modificazioni meteorologiche così generate da un'area urbana sono, in maggior parte, confinate in uno strato di atmosfera chiamato *Urban Boundary Layer (UBL)*.

Diversi studi hanno portato a identificare significativi cambiamenti della temperatura superficiale e dell'aria, dell'umidità, delle precipitazioni, della nebbia, della qualità dell'aria, del flusso di energia superficiale, dell'altezza del *Mixed Layer*, del profilo di vento e della turbolenza, in un'area urbana rispetto alla zona rurale circostante. Il fenomeno più frequentemente osservato è l'incremento della temperatura dell'aria in corrispondenza della superficie urbana, fenomeno che è chiamato **isola di calore** (figura 9).

Le città sono sorgenti antropogeniche di calore e inquinamento. Inoltre sono per la maggior parte ricoperte di asfalto e cemento, materiali asciutti e impermeabili, con proprietà di albedo e capacità di immagazzinare il calore e la radiazione solare, diverse dalla campagna circostante. Così l'aria del Surface Layer nelle città è più calda delle zone rurali circostanti. Se si riportano le isoterme in una mappa superficiale di una città, la figura che si ottiene ha proprio la forma di un'isola: di qui il termine *isola di calore*.

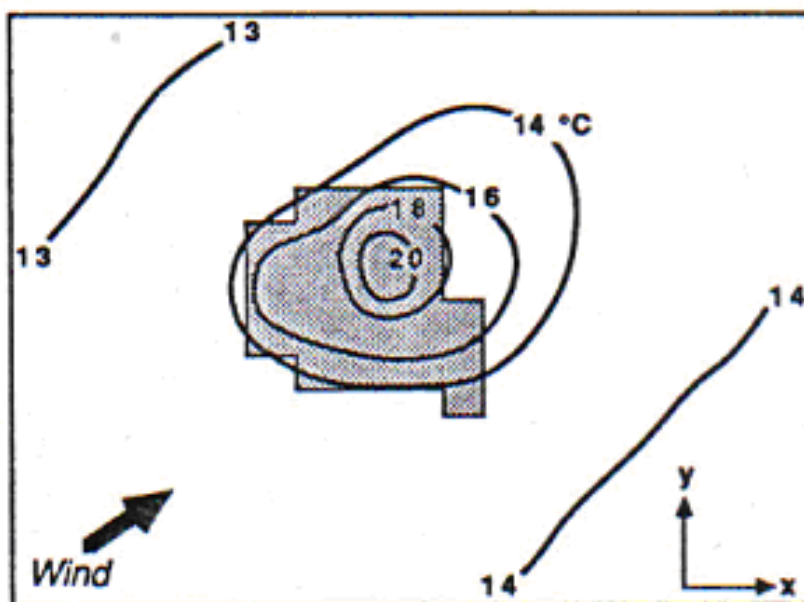


Figura 9: Schema idealizzato delle isoterme dell'heat island, per un'area urbana

La maggior differenza di temperatura tra area urbana e rurale è solitamente osservata proprio durante la notte. In città con popolazione di circa 1000 abitanti, sono state misurate delle differenze di temperatura massime di 2-3 °C rispetto alla campagna circostante; mentre in città di più di 1 milione di abitanti è stato misurato un eccesso di calore fino a 8-12 °C (Oke, 1982).

In molti casi, il calore della città è sufficiente a mantenere uno strato limite convettivo superficiale di notte, anche quando un strato stabile si è già sviluppato sulla campagna circostante. Cioè, nelle aree urbane, il ML può ancora permanere durante la notte, per la grande capacità di immagazzinare calore da parte di costruzioni e strade cittadine. I primi strati di SBL superficiali, che si formano all'inizio della sera nelle zone rurali circostanti, non sono subito osservati nelle città. E più tardi, nella notte, quando lo SBL è già alto e ben sviluppato per un'altezza che supera quella delle costruzioni urbane, un leggero strato superficiale rimescolato (ML) può rimanere in città, sormontato dal sovrastante SBL. Forzanti sinottiche e topografiche influenzano lo sviluppo dell'urban boundary layer; l'eccesso di temperatura dell'isola di calore è influenzato anche dal vento medio presente sulla zona, dalla copertura nuvolosa del cielo, dalle precipitazioni. Si è osservato, inoltre, un aumento della velocità del vento al disopra della città di notte, probabilmente dovuto al locale gradiente orizzontale di temperatura urbana, con un locale aumento

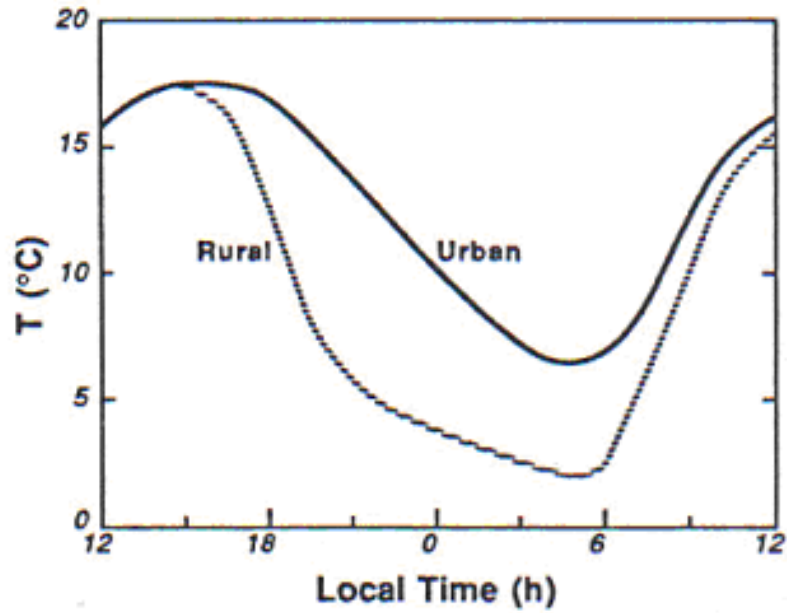


Figura 10: Ciclo diurno della temperatura in area urbana e rurale (Oke, 1982)

del rimescolamento e della turbolenza. Un'altra caratteristica peculiare delle zone urbane è quella del valore molto alto dell'altezza di rugosità z_0 , che, nel caso di centri abitati particolarmente grandi e densi di costruzioni, può arrivare a misurare diversi metri.

3 Lo strato di Ekman

Per scale sinottiche, a medie latitudini, i termini di accelerazione possono essere trascurati; quindi in prima approssimazione, nello strato limite, si possono scrivere le equazioni del moto come bilancio tra forza di Coriolis, gradiente di pressione e attrito turbolento:

$$K \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + f(v - v_g) = 0 \quad (1a)$$

$$K \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - f(u - u_g) = 0 \quad (1b)$$

dove K è il coefficiente di diffusione che tiene conto dell'attrito turbolento, f il parametro di Coriolis e si è posto:

$$u_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad v_g = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

componenti del vento geostrofico. Le equazioni (1) possono essere facilmente risolte se si ipotizza $K = cost.$.

Per ricavare le soluzioni consideriamo un sistema di riferimento con l'asse x allineato alla direzione del vento geostrofico $\mathbf{U}_g(u_g, v_g)$. L'equazioni per il moto orizzontale diventano:

$$K \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + fv = 0 \quad (3)$$

$$K \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - f(u - U_g) = 0 \quad (4)$$

Definendo la seguente quantità complessa

$$V = u + iv$$

le due equazioni precedenti sono equivalenti alla seguente:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{if}{K} (V - U_g) = 0 \quad (5)$$

La soluzione di questa equazione è la seguente:

$$V = Ae^{-(1+i)\gamma z} + Be^{(1+i)\gamma z} + U_g \quad (6)$$

dove $\gamma = (f/2K)^{1/2}$.

Imponiamo le seguenti condizioni al contorno:

$$z = 0 \Rightarrow V = 0, \quad z \rightarrow \infty \Rightarrow V = U_g \quad (7)$$

dalla seconda delle condizioni al contorno si ottiene:

$$B = 0$$

e dalla prima :

$$A = -U_g$$

da cui si ottiene:

$$u = U_g (1 - e^{-\gamma z} \cos(\gamma z)) \quad (8)$$

$$v = U_g e^{-\gamma z} \sin(\gamma z) \quad (9)$$

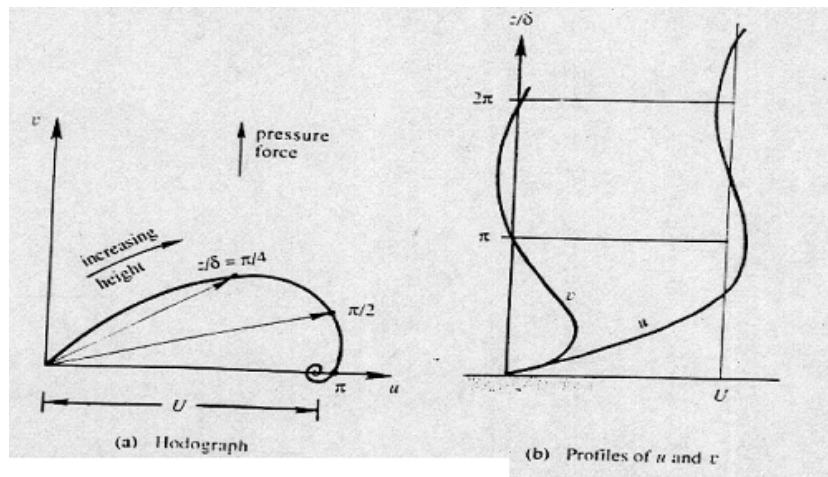


Figura 11: Odografo della spirale di Ekman e profili verticali delle componenti u e v , dove $\delta = 1/\gamma$

Da queste soluzioni, come mostrato in figura 11, si nota come il vento orizzontale nello strato limite formi una spirale, detta **Spirale di Ekman**, al crescere di z . Notiamo che per $z = \pi/\gamma$ il flusso è parallelo a quello geostrofico sebbene leggermente più grande in ampiezza. Questo livello viene allora designato convenzionalmente come *top* dello strato di Ekman e quindi π/γ rappresenta lo spessore dello strato. Più ci si avvicina al suolo, più l'attrito turbolento riduce il modulo della velocità, inoltre questa deve cambiare direzione rispetto a quella geostrofica, orientandosi verso le basse pressioni, affinché la somma della forza di attrito e della forza di Coriolis (sempre perpendicolare al moto) bilanci le forze di gradiente di pressione (figura 12).

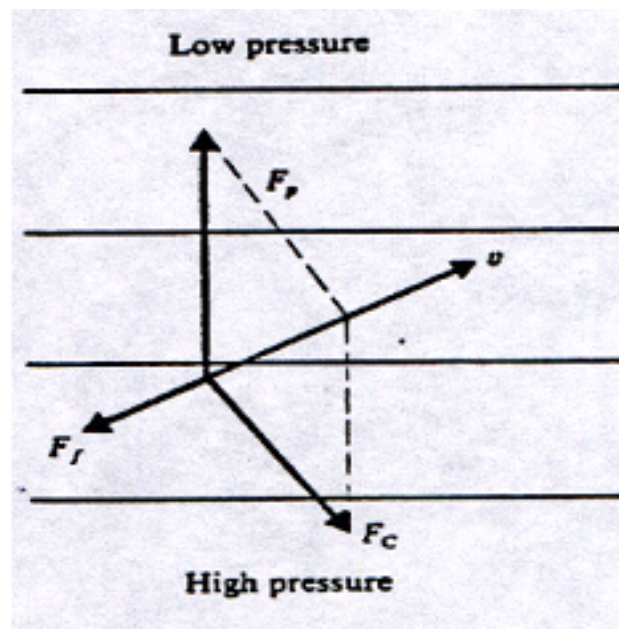


Figura 12: Il bilancio delle forze nello strato di Ekman