



MONDO REALE, DILEMMI E GIOCHI MATEMATICI

Vito Fragnelli

Università del Piemonte Orientale

vito.fragnelli@mfn.unipmn.it

ASSOCIAZIONE MATHESIS – Sez. ALESSANDRIA

ALESSANDRIA - 15 DICEMBRE 2004

Mondo reale

Le situazioni reali presentano aspetti che possono essere analizzati e compresi tramite la *Teoria dei giochi*

Più esattamente il termine *gioco* si riferisce alle situazioni di *interazione strategica* tra decisori, detti *giocatori*, che sono *intelligenti* (conoscono “perfettamente” la situazione corrente) e *razionali* (preferiscono gli esiti a loro più favorevoli)

Se i decisori non possono sottoscrivere accordi vincolanti il gioco è detto *non cooperativo*; altrimenti è detto *cooperativo*

Situazione decisionale

Dilemma dell'ombrello

In una giornata con tempo incerto prendo o no l'ombrello?

Il risultato (mi bagno / non mi bagno) dipende dalla **mia scelta** (cioè **io** sono un *decisore*) ma anche dal **tempo** (*stato del mondo*)

	Tempo	piove	non piove
lo			
prendo l'ombrello		non mi bagno (e ho l'ombrello)	non mi bagno, ma ho l'ombrello
non prendo l'ombrello		mi bagno, ma non ho l'ombrello	non mi bagno e non ho l'ombrello

L'esito migliore per il decisore è “non mi bagno e non ho l'ombrello” ma dipende anche dallo stato del mondo e non solo dalla sua scelta

La scelta tra gli esiti “mi bagno, ma non ho l'ombrello” e “non mi bagno, ma ho l'ombrello” dipende dalle *preferenze* del decisore

Se il risultato è influenzato non dallo stato del mondo ma da (almeno) un altro decisore, si ha un *gioco*

Tosca e Scarpia

Scarpia ricatta **Tosca**: se gli si concederà, potrà salvare Cavaradossi e lasciare Roma con lui. Tosca chiede a Scarpia, in cambio di ciò che egli pretende, un salvacondotto per Cavaradossi e per sè. Scarpia acconsente, ma precisa che, non avendo egli la facoltà di graziare Cavaradossi, occorrerà simularne la fucilazione, con un plotone che sparerà a salve.

Quando Scarpia compila il salvacondotto, Tosca impugna un coltello e lo uccide.

Tosca esorta Cavaradossi a fingersi colpito quando il plotone di esecuzione sparerà a salve: ma Scarpia la ha ingannata. La scarica dei soldati uccide Cavaradossi e Tosca disperata si getta nel Tevere.

(tratto da: Dizionario dell'Opera - a cura di Piero Gelli - Baldini & Castoldi)

Dalle parole precedenti e ignorando le sensazioni emotive dell'opera si ha la seguente situazione decisionale schematica:

Decisore	opzione	effetto
Scarpia	fucili caricati a salve	ama Tosca, ma si sente colpevole
	fucili con pallottole vere	non ama Tosca, ma non si sente colpevole
Tosca	si concede	lei e Cavaradossi sono salvi, ma tradisce Cavaradossi
	non si concede e uccide Scarpia	lei e Cavaradossi sono salvi e non tradisce Cavaradossi

La situazione prevede decisioni indipendenti, quindi il risultato finale dipende dalla scelta di entrambi (cioè sono *decisori interagenti*):

	Tosca si concede	Tosca non si concede e uccide Scarpia
Scarpia fucili caricati a salve	Tosca tradisce Cavaradossi (vivo), Scarpia (vivo) ama Tosca ma si sente colpevole	Tosca non tradisce Cavaradossi (vivo), Scarpia (morto) non ama Tosca e si sente colpevole
Scarpia fucili con pallottole vere	Tosca tradisce Cavaradossi (morto), Scarpia (vivo) ama Tosca e non si sente colpevole	Tosca non tradisce Cavaradossi (morto), Scarpia (morto) non ama Tosca e non si sente colpevole

DILEMMA DEL PRIGIONIERO

Conviene inquinare?

Io posso decidere di inquinare o non inquinare (con un piccolo costo)

Gli altri possono decidere di inquinare (con un alto costo) o non inquinare

Io Gli altri	inquinano	non inquinano
inquinano	vivo in un mondo inquinato, ma non pago il costo di non inquinare	vivo in un mondo non inquinato e non pago il costo di non inquinare
non inquinano	vivo in un mondo inquinato, e pago il costo di non inquinare	vivo in un mondo non inquinato, pagando il costo di non inquinare

Una situazione come quella di inquinare quando gli altri non inquinano viene detta *free riding*: evasione fiscale, costi collettivi, contratto sociale, ecc.

Può essere limitato tramite opportuni *meccanismi*: pedaggi, sanzioni, incentivi, ecc.

Unione Europea

Votazione con voto ponderato; il peso di ciascuno stato membro dipende dalla sua importanza politica, economica e demografica (fino al 1 maggio 2004)

Francia, Germania, Italia, Regno Unito	10
Spagna	8
Belgio, Grecia, Paesi Bassi, Portogallo	5
Austria, Svezia	4
Danimarca, Finlandia, Irlanda	3
Lussemburgo	2
<hr/>	
Totale	87

Un atto è adottato con 62 voti favorevoli; 26 voti contrari sono la minoranza di blocco
 Due paesi grandi non possono accordarsi e bloccare una decisione; ogni paese può essere decisivo

Francia	Germania	Italia	Regno Unito	Spagna	Belgio o Grecia o Paesi Bassi o Portogallo	Austria o Svezia	Danimarca o Finlandia o Irlanda	Lussemburgo	
10 +	10 +	10 +	10 +	8 +	5 +	4 +	3 +	2 =	62

Paradosso dell'Alabama

Attribuzione dei seggi

I seggi vengono assegnati dividendo il numero di voti per la quota

Come assegnare i seggi residui?

Il metodo di Hamilton consiste nell'assegnare i seggi residui ai partiti con i resti maggiori

Esempio - Parte I

20 votanti, tre partiti A , B e C

<i>Partiti</i>	<i>Voti</i>
A	9
B	9
C	2

Con 5 seggi la quota è $\frac{20}{5} = 4$:

<i>Partiti</i>	<i>Rapporto Seggi</i>
A	$\frac{9}{4} = 2.25$ 2
B	$\frac{9}{4} = 2.25$ 2
C	$\frac{2}{4} = 0.50$ 1

Negli Stati Uniti è stato utilizzato nel passato per assegnare i deputati a ciascuno Stato, ma fu abbandonato per il seguente problema:

Nel diciannovesimo secolo, il numero di membri della Camera dei Deputati aumentava ogni decade per tenere in considerazione i nuovi Stati annessi all'Unione. In seguito al censimento del 1880, il capo cancelliere dell'Ufficio Censimento, C.W.Seaton, calcolò la distribuzione dei seggi usando il metodo di Hamilton per tutto l'intervallo dimensionale raggiunto dalla Camera in quegli anni, da 275 deputati a 350. In una lettera al Congresso, Seaton affermava:

“Elaborando i calcoli per l'attribuzione dei seggi, mi sono scontrato con il cosiddetto Paradosso dell'Alabama, cioè il fatto che allo Stato dell'Alabama spettassero 8 rappresentanti quando il totale era di 299, mentre allo stesso Stato, considerando la stessa distribuzione di popolazione nei vari Stati, ne spettavano 7 quando il totale fu portato a 300. Tale risultato è per me conclusivo nel ritenere che tale metodo è difettoso.”

Esempio - Parte II

Con 6 seggi la quota è $\frac{20}{6} = 3.33$:

<i>Partiti</i>	<i>Rapporto</i>	<i>Seggi</i>
<i>A</i>	$\frac{9}{3.33} = 2.70$	3
<i>B</i>	$\frac{9}{3.33} = 2.70$	3
<i>C</i>	$\frac{2}{3.33} = 0.60$	0

Altri campi di applicazione della Teoria dei giochi

Ripartizione dei costi: Accesso alla rete ferroviaria

 ConSORZI per raccolta e smaltimento di R.S.U.

 Penali per progetti terminati in ritardo

 Assicurazioni

Valutazione dell'azzardo nei giochi

Gestione di reti wireless

Ottimizzazione dell'orario ferroviario

Thanks!

