

**PROVA SCRITTA DI MATEMATICHE SUPERIORI DEL 13/6/2000**

1) Sia dato il problema lineare:

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

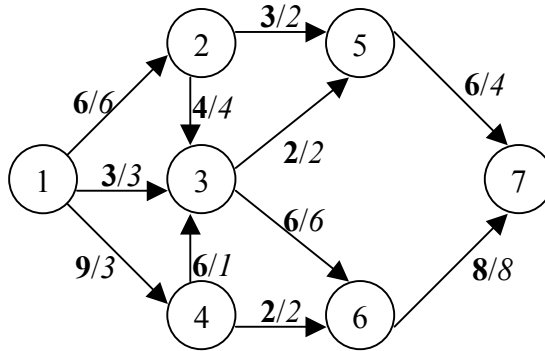
la cui soluzione ottimale è  $x^* = (3, 0)$ .

Determinare la soluzione ottimale del duale tramite le condizioni di complementarità.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 12

2) Sia data la seguente rete per cui sono indicate le capacità massime e i flussi correnti nella forma **capacità/fluxo**.

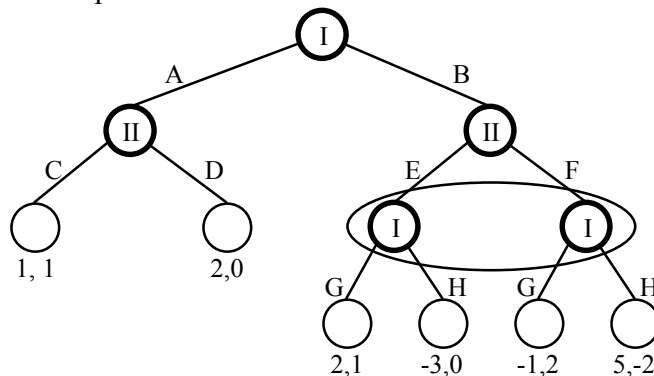


Dire se il flusso è ottimo, giustificando la risposta, o in caso contrario determinare un flusso ottimale.

TEMPO SUGGERITO 10m

PUNTEGGIO 8

3) Sia dato il gioco non cooperativo in forma estesa:



a - Determinare la forma strategica corrispondente.

b - Determinare, se esistono, gli equilibri di Nash in strategie pure.

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 10

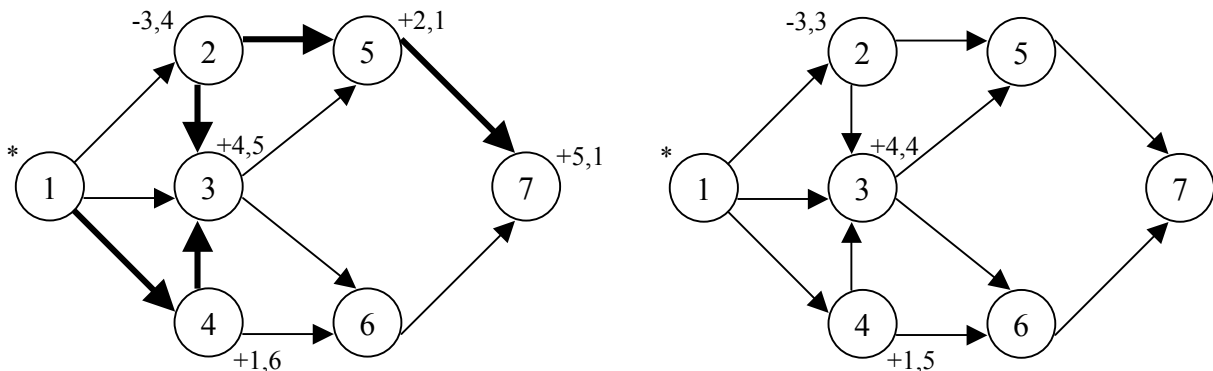
## SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 13/6/2000

- 1) Le condizioni di complementarità forniscono:
- il secondo e il terzo vincolo primale non sono attivi, quindi le variabili duali  $u_2^*$ ,  $u_3^*$  sono nulle;
  - $x_1^*$  è non nulla quindi il primo vincolo duale è attivo, cioè  $2u_1^* - u_2^* = 3$  e quindi si ha  $u_1^* = 3/2$ .

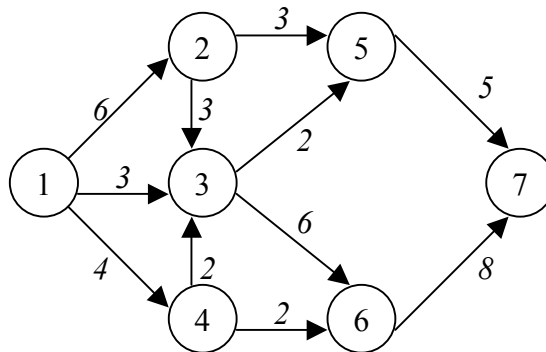
Allora si ha:

$$u^* = (3/2, 0, 0); w^* = 9.$$

- 2) Applicando l'algoritmo di Ford e Fulkerson si ottiene:



da cui si ha il seguente flusso ottimale:



- 3) La forma strategica richiesta è:

I	II	CE	DE	CF	DF
AG		1, <u>1</u>	<u>2</u> , 0	1, <u>1</u>	2, 0
AH		1, <u>1</u>	<u>2</u> , 0	1, <u>1</u>	2, 0
BG		<u>2</u> , 1	<u>2</u> , 1	-1, <u>2</u>	-1, <u>2</u>
BH		-3, <u>0</u>	-3, <u>0</u>	<u>5</u> , -2	<u>5</u> , -2

Non esistono equilibri di Nash (le migliori risposte sono sottolineate).

### ERRORI FREQUENTI

L'esercizio 1 richiedeva la soluzione di un sistema lineare, risolubile anche con semplici considerazioni, ma nonostante questo è risultato complesso, forse perchè inusuale.

L'esercizio 2 richiedeva due iterazioni dell'algoritmo di Ford e Fulkerson, senza particolari difficoltà tecniche.

L'esercizio 3 ha presentato molte difficoltà nella determinazione delle strategie: consiglio di rivedere la definizione di strategia!