PROVA SCRITTA DI MATEMATICHE SUPERIORI DEL 4/7/2000

1) Si consideri il seguente problema dello zaino:

oggetto	A	B	C	D
valore	16	31	35	52
peso	7	12	16	21

peso massimo trasportabile = 30

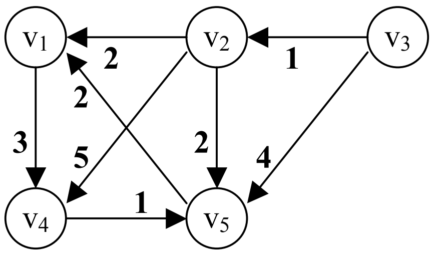
Risolverlo con la strategia highest-first usando le tecniche di accelerazione e il Bound di Dantzig.

Completare la soluzione con l'albero decisionale.

Non è richiesta la forma analitica dei sottoproblemi.

TEMPO SUGGERITO: 25m
PUNTEGGIO 10

2) Sia dato il seguente grafo **G**:



Determinare il costo del cammino minimo da v_3 a v_4, utilizzando l'algoritmo di Ford e ordinando gli archi secondo l'indice del primo e del secondo nodo. Riportare le etichette ad ogni variazione.

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 10

3) Sia dato il seguente problema di contrattazione a due giocatori:

$F = \{(x_1, x_2) \text{ t.c. } x_1^2 + x_2^2 \leq 3\}$

$d = (0, 0)$

Determinare la soluzione di Nash.

TEMPO SUGGERITO 15m
PUNTEGGIO 10

PROVA SCRITTA DI RICERCA OPERATIVA DEL 4/7/2000

1) Si consideri il seguente problema dello zaino:

oggetto	A	B	C	D
valore	16	31	35	52
peso	7	12	16	21

peso massimo trasportabile = 30

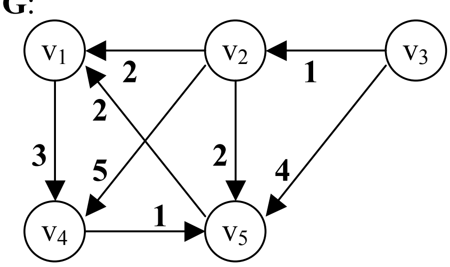
Risolverlo con la strategia highest-first usando le tecniche di accelerazione e il Bound di Dantzig.

Completare la soluzione con l'albero decisionale.

Non è richiesta la forma analitica dei sottoproblemi.

TEMPO SUGGERITO: 25m
PUNTEGGIO 15

2) Sia dato il seguente grafo **G**:



Determinare il costo del cammino minimo da v_3 a v_4, utilizzando l'algoritmo di Ford e ordinando gli archi secondo l'indice del primo e del secondo nodo. Riportare le etichette ad ogni variazione.

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 15

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 4/7/2000

1) Riordinando gli oggetti si ha:

oggetto	B	D	A	C
valore	31	52	16	35
peso	12	21	7	16

Le corrispondenti limitazioni sono, ordinatamente:

$L(-) = \lfloor 31+52*18/21 \rfloor = 75$

$L(1) = \lfloor 31+16+35*11/16 \rfloor = 71$

$L(0) = \lfloor 52+16+35*2/16 \rfloor = 72$

$L(01) = \lfloor 52+16 \rfloor = \underline{68}$

$L(00) = \lfloor 16+35 \rfloor = \underline{51}$

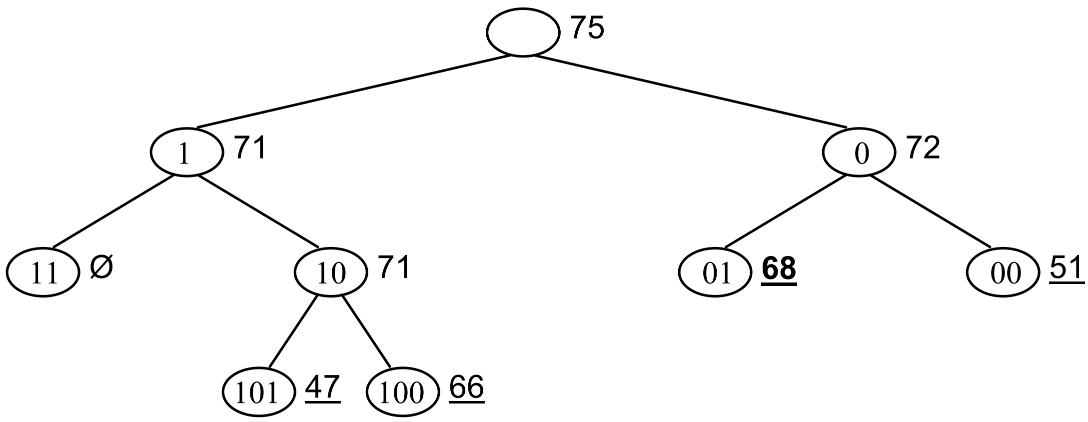
$L(11) = \varnothing$

$L(10) = \lfloor 31+16+35*11/16 \rfloor = 71$

$L(101) = \lfloor 31+16 \rfloor = \underline{47}$

$L(101) = \lfloor 31+35 \rfloor = \underline{66}$

La soluzione è data dal portare gli oggetti A e D con peso 28 e valore 68; l'albero decisionale associato è:



2) L'ordinamento richiesto è:

$a_{14}, a_{21}, a_{24}, a_{25}, a_{32}, a_{35}, a_{45}, a_{51}$.

L'algoritmo genera le seguenti etichette:

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	
100	100	0	100	100	$a_{14}, a_{21}, a_{24}, a_{25}, a_{32}$,
100	1	0	100	100	a_{35},
100	1	0	100	4	a_{45}, a_{51} (1),
6	1	0	100	4	a_{14},
6	1	0	9	4	a_{21},
3	1	0	9	4	a_{24},
3	1	0	6	4	a_{25},
3	1	0	6	3	$a_{32}, a_{35}, a_{45}, a_{51}$ (2), $a_{14}, a_{21}, a_{24}, a_{25}, a_{32}, a_{35}, a_{45}, a_{51}$ (3) **STOP**

Il costo del cammino minimo è 6.

3) Per gli assiomi di simmetria e di efficienza la soluzione si ottiene imponendo $x_1 = x_2$ e $x_1^2 + x_2^2 = 3$; quindi si ha $x_1 = x_2 = \sqrt{6}/2$ (la soluzione negativa va scartata). Oppure si può determinare:

$$\underset{0 \le x_1 \le \sqrt{3}}{\arg\max} \left\{ x_1 \sqrt{3 - x_1^2} \right\}$$

ERRORI FREQUENTI

L'esercizio 1 richiedeva la soluzione di un sistema lineare, risolubile anche con semplici considerazioni, ma nonostante questo è risultato complesso, forse perchè inusuale.

L'esercizio 2 richiedeva due iterazioni dell'algoritmo di Ford e Fulkerson, senza particolari difficoltà tecniche.

L'esercizio 3 ha presentato molte difficoltà nella determinazione delle strategie: consiglio di rivedere la definizione di strategia!