

**PROVA SCRITTA DI RICERCA OPERATIVA DEL 28/9/2000**

1) Sia dato il seguente problema lineare **P**:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 - 2x_2 - x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 - x_2 \geq 1 \\ & 2x_1 - 3x_2 - x_3 \leq 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Risolverlo con l'algorithmo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a sinistra e la variabile entrante più in alto.

TEMPO SUGGERITO: 20m

PUNTEGGIO 15

2) Dire se le seguenti matrici sono totalmente unimodulari, giustificando la risposta:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 15

## SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 28/9/2000

1) Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	
$u_1$	1 *	-1	0	-1
$u_2$	-2	3	1	2
$z$	1	-2	-1	0

	$u_1$	$x_2$	$x_3$	
$x_1$	1	1	0	1
$u_2$	-2 *	1	1	0
$z$	1	-1	-1	1

	$u_2$	$x_2$	$x_3$	
$x_1$	-1/2	3/2	1/2	1
$u_1$	-1/2	1/2	1/2	0
$z$	-1/2	-1/2	-1/2	1

La tabella è ottimale e la soluzione è  $x^* = (1, 0, 0)$ ,  $z^* = 1$ .

- 2) Relativamente alla prima matrice, osservando la prima colonna si ha che la prima e la seconda riga non devono essere separate; dalla seconda colonna si ha che la prima e la terza riga devono essere separate e dalla quarta colonna si ha che la prima e la terza riga non devono essere separate; le altre colonne non devono soddisfare alcuna condizione; ponendo  $R_1 = \{1, 2, 3\}$  e  $R_2 = \{4\}$  le condizioni del teorema sono soddisfatte e quindi A è TUM. Relativamente alla seconda matrice il teorema non si può applicare perchè la prima colonna contiene tre elementi non nulli; d'altra parte le tre sottomatrici di ordine 2 hanno determinanti uguali a 1, 0 e -1 e quindi anche B è TUM.

### ERRORI FREQUENTI

L'esercizio 1 era un esercizio privo di particolari difficoltà.

L'esercizio 2 era invece inusuale. In particolare la matrice A richiedeva l'applicazione della condizione sufficiente di TUM; la matrice B non soddisfaceva tale condizione e pertanto non si poteva concludere nulla, ma (anche in considerazione delle dimensioni) si poteva applicare la definizione.