

PROVA SCRITTA DI MATEMATICHE SUPERIORI DEL 6/12/2000

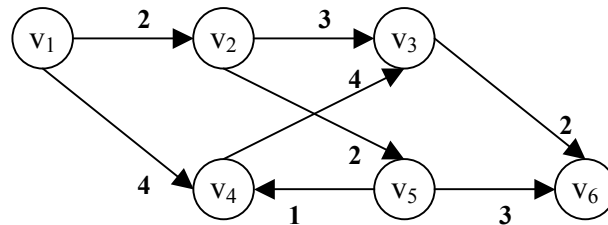
1) Sia dato il seguente problema lineare a variabili 0-1 **P**:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ & x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \leq 1 \quad (*) \\ & -x_1 + 2x_2 - 3x_4 \leq -1 \quad (**) \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- Scrivere il rilassamento surrogato \mathbf{P}_S , rilassando il vincolo (*) con moltiplicatore $\pi_1 = 2$ e il vincolo (**) con moltiplicatore $\pi_2 = 1$.
- Risolvere il problema \mathbf{P}_S con semplici considerazioni, riportandole.
- Dire se la soluzione ottenuta per \mathbf{P}_S è ottimale per \mathbf{P} , giustificando la risposta.

TEMPO SUGGERITO: 15m
PUNTEGGIO 10

2) Sia data la seguente rete di trasporto:



Determinare un flusso massimo, utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson. Si esaminino i nodi e gli archi per indici crescenti. Completare la soluzione indicando gli archi che formano il taglio ottimo e verificarne la capacità.

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 12

3) Si consideri la seguente situazione:

Il consiglio di amministrazione di una società è composto da 4 azionisti che possiedono rispettivamente le seguenti percentuali di azioni 10, 11, 30, 49 e la maggioranza richiesta è del 51%.

Calcolare l'indice di Banzhaf - Coleman normalizzato.

TEMPO SUGGERITO 15m
PUNTEGGIO 8

PROVA SCRITTA DI RICERCA OPERATIVA DEL 6/12/2000

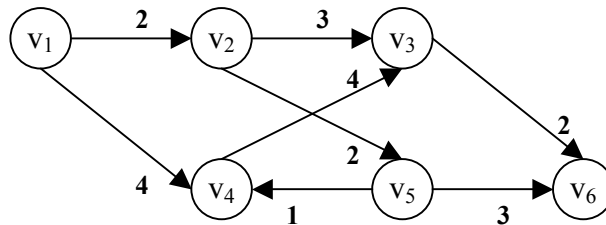
1) Sia dato il seguente problema lineare a variabili 0-1 **P**:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ & x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \leq 1 \quad (*) \\ & -x_1 + 2x_2 - 3x_4 \leq -1 \quad (**) \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- a) Scrivere il rilassamento surrogato **P_S**, rilassando il vincolo (*) con moltiplicatore $\pi_1 = 2$ e il vincolo (**) con moltiplicatore $\pi_2 = 1$.
- b) Risolvere il problema **P_S** con semplici considerazioni, riportandole.
- c) Dire se la soluzione ottenuta per **P_S** è ottimale per **P**, giustificando la risposta.

TEMPO SUGGERITO: 15m
PUNTEGGIO 14

2) Sia data la seguente rete di trasporto:



- a) Determinare un flusso massimo, utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson. Si esaminino i nodi e gli archi per indici crescenti.
- b) Completare la soluzione indicando gli archi che formano il taglio ottimo e verificarne la capacità.

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 16

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 6/12/2000

1a) Il rilassamento richiesto è:

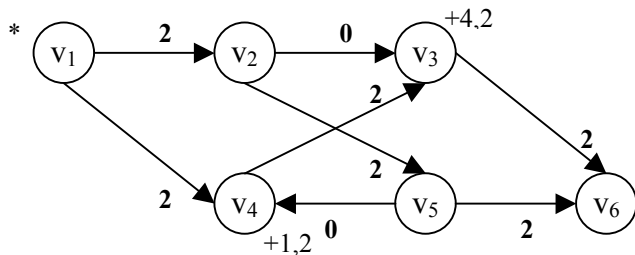
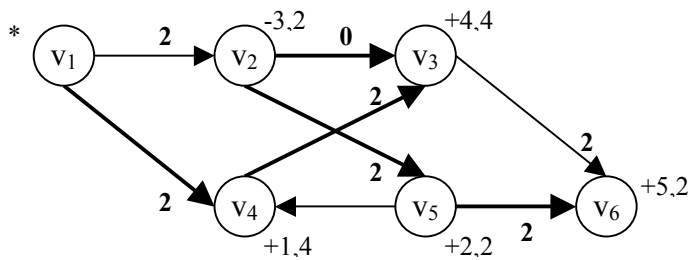
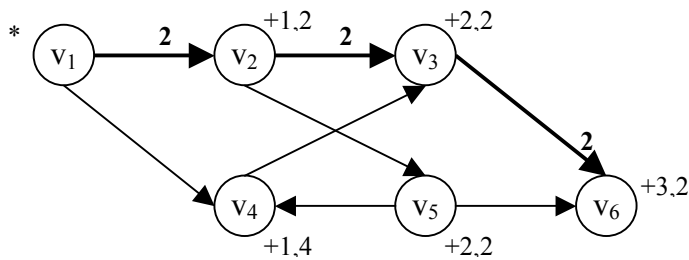
$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ & x_1 + 2x_3 - x_4 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

1b) Il vincolo di uguaglianza impone di "prendere due oggetti" e il vincolo di disuguaglianza rende ammissibili le coppie (x_1, x_2) , (x_1, x_4) , (x_2, x_4) , (x_3, x_4) a cui corrispondono i valori della funzione obiettivo 4, 2, 4, -1; pertanto si ha $x_S = (0, 0, 1, 1)$ e $z_S = -1$.

1c) La soluzione x_S non verifica il vincolo (*) per cui non è ottimale per **P**.

La tabella è ottimale e la soluzione è $x^* = (1, 0, 0)$, $z^* = 1$.

2a) Applicando l'algoritmo si ottengono le seguenti iterazioni:



2b) Il taglio ottimo è formato dagli archi a_{12} , a_{23} , a_{36} , a_{54} e la capacità è data da $2 + 0 + 0 + 2 = 4$.

3) Indicando gli azionisti con A, B, C, D e con 0 le coalizioni perdenti e con 1 quelle vincenti si ha:

A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1

I contributi vincenti sono rispettivamente 2, 2, 2, 6 e quindi l'indice risulta essere:

$$1/6, 1/6, 1/6, 1/2$$

ERRORI FREQUENTI

L'esercizio 1 richiedeva di precisare le considerazioni necessarie alla risoluzione.

L'esercizio 2 richiedeva tre iterazioni dell'algoritmo di Ford e Fulkerson, senza particolari difficoltà tecniche, salvo l'inusuale etichettatura dei vertici, che generava un taglio non immediatamente identificabile.

L'esercizio 3 richiedeva la verifica delle coalizioni vincenti e il calcolo dell'indice richiesto.