

**PROVA SCRITTA DI MATEMATICHE SUPERIORI E
DI RICERCA OPERATIVA DEL 15/3/2001**

No cell, no hell!



1) Sia dato il seguente problema lineare **P**:

$$\min z = x_1 + x_2 - 3x_3$$

$$\text{s.t. } 3x_1 + x_2 + x_3 \geq 3$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

a - risolvere **P** con l'algoritmo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a destra e la variabile entrante più in alto.

b - disegnare accuratamente la regione ammissibile

TEMPO SUGGERITO: 25m

PUNTEGGIO 12

2) Sia dato il seguente problema del commesso viaggiatore:

	A	B	C
A	M	3	2
B	5	M	2
C	2	1	M

Determinare una soluzione usando l'algoritmo greedy del "nearest unvisited" e valutare l'errore commesso rispetto alla soluzione ottima calcolata con il metodo Branch and Bound.

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 10

3) Sia dato il seguente gioco a somma zero in forma normale.

1	-2	2	-3
-3	1	-4	2
2	-1	3	0
0	1	1	1

Determinare un equilibrio di Nash, eventualmente riducendo la matrice per dominanza iterata.

TEMPO SUGGERITO 25m

PUNTEGGIO 11

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 15/3/2001

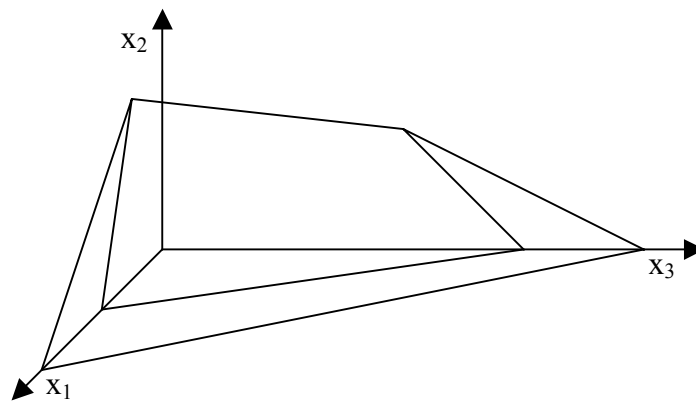
1a) Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	x_1	x_2	x_3	
u_1	3	1	1 *	-3
u_2	-2	-2	-1	4
-z	-1	-1	3	0

	x_1	x_2	u_1	
x_3	-3	-1	1	3
u_2	1	-1	-1	1
-z	-10	-4	3	9

	x_1	x_2	u_2	
x_3	-2	-2	-1	4
u_1	1	-1	-1	1
-z	-7	-7	-3	12

1b) La rappresentazione grafica richiesta è la seguente (attenzione agli assi):



2) Applicando l'algoritmo "nearest unvisited" si sceglie il cammino **A - C - B -A** avente costo $2 + 1 + 5 = 8$. Per valutare l'errore serve la soluzione ottimale; applicando il Branch and Bound si ha:

	A	B	C
A	M	1	0
B	2	M	0
C	0	0	M

dove è stato sottratto 2 alla prima riga, 2 alla seconda riga, 1 alla terza riga e successivamente 1 alla prima colonna; la limitazione è pertanto $L = 6$. Riportando i costi di alternativa si ha:

	A	B	C
A	M	1	0^1
B	2	M	0^2
C	0^2	0^1	M

Non scegliendo il percorso **CA** si ottiene la nuova limitazione $L = 7 + 2 = 9$

Scegliendo il percorso **CA** si ottiene la nuova matrice:

	B	C
A	0	M
B	M	0

dove si è posto $c_{AC} = \mathbf{M}$ ed è stato sottratto 1 alla prima riga; la nuova limitazione è pertanto $L = 6 + 1 = 7$; poichè i percorsi **AB** e **BC** (unitamente a **CA**) determinano un percorso di costo 7, questa è la soluzione ottimale. L'errore commesso è di una unità in valore ed in percentuale è circa il 14% (pari a $1/7$).

3) La riga 1 è dominata dalla riga 3

-	-	-	-
-3	1	-4	2
2	-1	3	0
0	1	1	1

La colonna 4 è dominata dalla colonna 2

-	-	-	-
-3	1	-4	-
2	-1	3	-
0	1	1	-

La riga 2 è dominata dalla riga 4

-	-	-	-
-	-	-	-
2	-1	3	-
0	1	1	-

La colonna 3 è dominata dalla colonna 1

-	-	-	-
-	-	-	-
2	-1	-	-
0	1	-	-

Dalla relazione:

$$v_1 = 4pq - 2p - q + 1$$

si ottiene che la strategia mista del giocatore I è $(1/4, 3/4)$, la strategia mista del giocatore II è $(1/2, 1/2)$ e il valore del gioco è $1/2$.

ERRORI FREQUENTI

Nessuno studente ha consegnato il compito.