

PROVA SCRITTA DI RICERCA OPERATIVA (N.O.) DEL 29/3/2001



No cell, no hell!

- 1) Una amministrazione deve appaltare n lavori a due ditte A, B che si sono offerte di realizzare ciascun lavoro i al costo rispettivamente a_i e b_i . I regolamenti impongono di ripartire i lavori tra le due ditte in modo che il loro numero sia più equilibrato possibile, minimizzando il costo di realizzazione complessivo. Scrivere un modello lineare intero che rappresenti il problema.

TEMPO SUGGERITO: 15m

PUNTEGGIO 15

- 2) Sia dato il seguente problema lineare intero **P**:

$$\max z = 2x_1 + x_2 + 2x_4$$

$$\text{s.t. } x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \leq 3 \quad (*)$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \text{ e interi}$$

- a - Scrivere il problema P_L ottenuto rilassando lagrangianamente con moltiplicatore unitario il vincolo (*).
- b - Determinare con semplici considerazioni (riportarle brevemente) una soluzione ottimale per P_L e dire se è ottimale per **P**.

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 15

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 29/3/2001

1) Si possono definire le variabili 0-1 x_{iA} e x_{iB} nel modo seguente:

$$x_{iA} = \begin{cases} 1 & \text{se il lavoro } i \text{ viene appaltato alla ditta A} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$x_{iB} = \begin{cases} 1 & \text{se il lavoro } i \text{ viene appaltato alla ditta B} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

I vincoli del problema sono:

$$x_{iA} + x_{iB} = 1 \quad i = 1, \dots, n$$

ogni lavoro deve essere appaltato ad una e una sola ditta.

$$\sum_{i=1, \dots, n} x_{iA} \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor, \quad \sum_{i=1, \dots, n} x_{iB} \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

numero di appalti equilibrato.

L'obiettivo del problema è:

$$\min \sum_{i=1, \dots, n} a_i x_{iA} + \sum_{i=1, \dots, n} b_i x_{iB}$$

minimizzare i costi degli appalti

2a) Il rilassamento richiesto è P_L :

$$\max z_L = x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 3$$

$$\text{s.t. } x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \text{ e interi}$$

2b) Osservando la funzione z_L si nota che x_2 deve essere nulla poichè ha coefficiente negativo, mentre le altre variabili possono essere anche positive e hanno lo stesso "valore"; la variabile x_1 è quella che meno "consuma" la risorsa, per cui si ha $x_L = (10, 0, 0, 0)$, $z_L(x_L) = 13$. La soluzione trovata non è ottimale per P poichè non è ammissibile.

ERRORI FREQUENTI

Il modello ha dato le previste difficoltà nel vincolo di numero di appalti equilibrato, poichè la strada più ovvia del valore assoluto non produce un vincolo lineare, ma ha dato anche qualche difficoltà relativamente alla scelta delle variabili e dei vincoli di appalto che sono riconducibili al caso standard del problema di assegnazione.

Nel secondo esercizio alcuni studenti hanno dato per implicito il vincolo (0 - 1), che non era presente, risolvendo di conseguenza un altro problema.