PROVA SCRITTA DI MATEMATICHE SUPERIORI E

DI RICERCA OPERATIVA (V.O.) DEL 19/7/2001

No cell, no hell!

1) Sia dato il seguente problema lineare intero **P**:

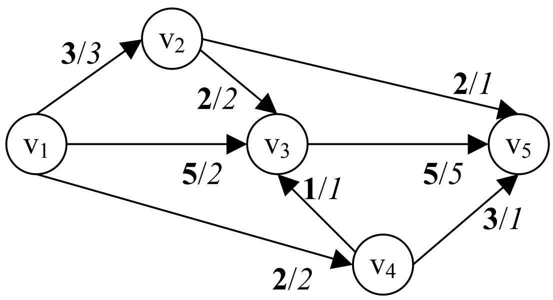
$$\begin{aligned} \max\ & x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.}\ & 2x_1 - x_2 \le 3 \\ & x_1 + 3x_2 \le 4 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \text{ e interi} \end{aligned}$$

a) Risolverlo con l'algoritmo di Gomory, scegliendo la variabile uscente più a sinistra, la variabile entrante più in alto e generando gli iperpiani a partire dalla riga più in alto.

b) Disegnare accuratamente la regione ammissibile e i tagli introdotti.

TEMPO SUGGERITO: 40m
PUNTEGGIO 12

2) Sia data la seguente rete:



dove i dati sono nella forma **capacità**/*flusso corrente*. Determinare il flusso massimo da v_1 a v_5 con l'algoritmo di Ford e Fulkerson, analizzando nodi e archi per indici crescenti.
Completare la soluzione indicando un taglio minimo e verificarne la capacità.

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 9

3) Rappresentare in forma estesa i seguenti giochi:

a) Il giocatore I sceglie tra due mosse A e B; il giocatore II, senza conoscere la scelta del giocatore I, sceglie tra due mosse C e D; il giocatore III, senza conoscere la scelta del giocatore I e del giocatore II, sceglie tra due mosse E e F.

b) Il giocatore I sceglie tra due mosse A e B; il giocatore II, conoscendo la scelta del giocatore I, sceglie tra due mosse C e D; il giocatore III, senza conoscere la scelta del giocatore I ma conoscendo quella del giocatore II, sceglie tra due mosse E e F.

TEMPO SUGGERITO 15m
PUNTEGGIO 9

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 19/7/2001

1a) Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	x_1	x_2	
u_1	-2 *	1	3
u_2	-1	-3	4
z	1	2	0

	u_1	x_2	
x_1	-1/2	1/2	3/2
u_2	1/2	-7/2 *	5/2
z	-1/2	5/2	3/2

	u_1	u_2	
x_1	-3/7	-1/7	13/7
x_2	1/7	-2/7	5/7
z	-1/7	-5/7	23/7

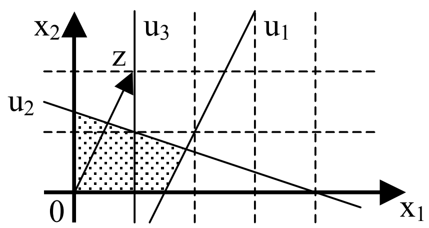
La tabella è ottimale, ma la soluzione non è intera.
Dalla prima riga si ottiene $u_3 = 3/7\ u_1 + 1/7\ u_2 - 6/7 = - x_1 + 1$

	u_1	u_2	
x_1	-3/7	-1/7	13/7
x_2	1/7	-2/7	5/7
u_3	3/7 *	1/7	-6/7
z	-1/7	-5/7	23/7

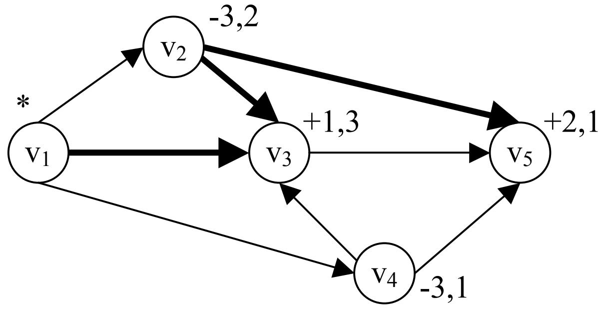
	u_3	u_2	
x_1	-1	0	1
x_2	1/3	-1/3	1
u_1	7/3	-1/3	2
z	-1/3	-2/3	3

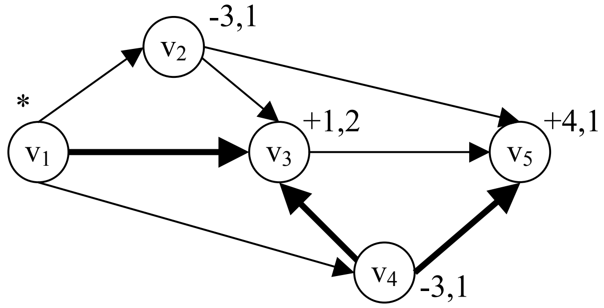
La tabella è ottimale e la soluzione $x^* = (1, 1)$, $z^* = 3$ è intera.

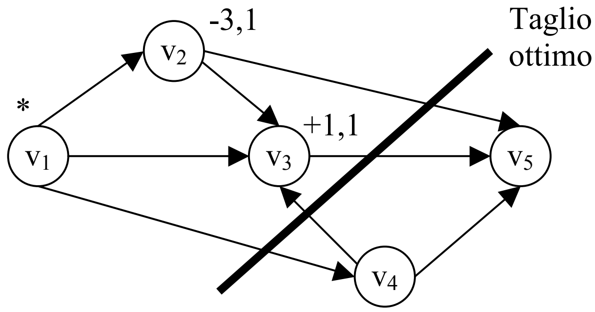
1b)



2) Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

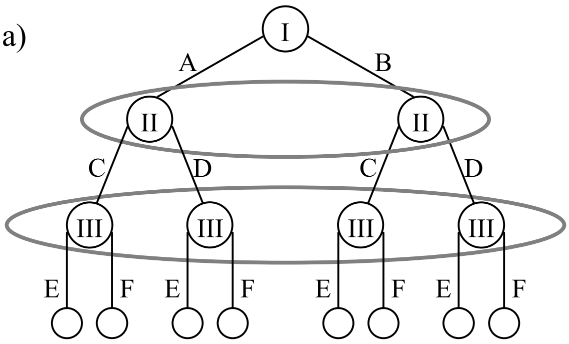






Il taglio ottimo comprende gli archi a_{14}, a_{25}, a_{35}, a_{43}, con capacità 9 (= 2 + 2 + 5 - 0).

3) Le rappresentazioni corrispondenti sono (non differenziando le mosse dei giocatori, se appartengono a differenti insiemi di informazione):

a) 

b)