

## PROVA PARZIALE DI RICERCA OPERATIVA DEL 13/02/2001

1) Sia dato il seguente problema lineare **P**:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = -x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 \geq 2 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- a - risolvere **P** con l'algoritmo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a destra e la variabile entrante più in alto.
- b - disegnare accuratamente gli elementi del problema (regione ammissibile e funzione obiettivo).
- c - scrivere la forma analitica del problema **P\***, duale di **P**.
- d - determinare una soluzione del problema **P\***.

TEMPO SUGGERITO      40m  
PUNTEGGIO              23

2) Scrivere un modello di programmazione lineare relativo al seguente problema della dieta:

- si considerino due fattori nutritivi, amidi e vitamine, presenti nelle seguenti percentuali:

|          | primo piatto | secondo piatto | dessert |
|----------|--------------|----------------|---------|
| amidi    | 20           | 10             | 15      |
| vitamine | 8            | 10             | 4       |

- il fabbisogno minimo giornaliero di amidi è di 10 unità;
- il fabbisogno minimo giornaliero di vitamine è di 5 unità;
- gli amidi devono essere presenti in quantità esattamente doppia delle vitamine;
- il costo unitario degli alimenti è di 10 per il primo piatto, di 25 per il secondo piatto e di 15 per il dessert e si cerca la dieta di costo minimo.

Non è richiesta la soluzione numerica del problema.

TEMPO SUGGERITO      15m  
PUNTEGGIO              10

## SOLUZIONE DELLA PROVA PARZIALE DEL 13/02/2001

1a) Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

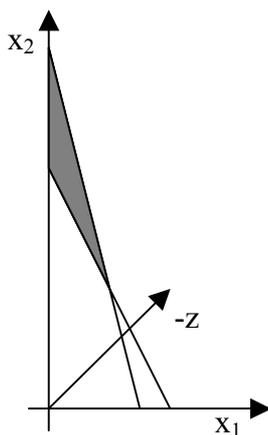
|       |       |       |    |
|-------|-------|-------|----|
|       | $x_1$ | $x_2$ |    |
| $u_1$ | 2     | 1 *   | -2 |
| $u_2$ | -4    | -1    | 3  |
| $z$   | -1    | -1    | 0  |

|       |       |       |    |
|-------|-------|-------|----|
|       | $x_1$ | $u_1$ |    |
| $x_2$ | -2    | 1     | 2  |
| $u_2$ | -2    | -1    | 1  |
| $z$   | 1     | -1    | -2 |

|       |       |       |      |
|-------|-------|-------|------|
|       | $u_2$ | $u_1$ |      |
| $x_2$ | 1     | 2     | 1    |
| $x_1$ | -1/2  | -1/2  | 1/2  |
| $z$   | -1/2  | -3/2  | -3/2 |

La tabella è ottimale e la soluzione è  $x^* = (1/2, 1)$ ,  $z^* = -3/2$ .

1b) La rappresentazione grafica richiesta è la seguente:



1c) Per utilizzare la soluzione già ottenuta, il problema  $P^*$  può essere scritto, a partire dalla forma canonica di  $P$ , nella forma seguente:

$$\begin{aligned} \min \quad & w = -2u_1 + 3u_2 \\ \text{s.t.} \quad & -2u_1 + 4u_2 \geq -1 \\ & -u_1 + u_2 \geq -1 \\ & u_1, u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

1d) Dall'ultima tabella si ricava la soluzione  $u^* = (3/2, 1/2)$ ,  $w^* = -3/2$ .

2) Siano  $x_P, x_S, x_D$ , le variabili rappresentanti le unità giornaliere di primo piatto, secondo piatto e dessert, rispettivamente. La quantità giornaliera di amidi è data da  $0,20x_P + 0,10x_S + 0,15x_D$  e la quantità giornaliera di vitamine è data da  $0,08x_P + 0,10x_S + 0,04x_D$  per cui i vincoli si possono scrivere come:

|                                       |                                |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| $0,20x_P + 0,10x_S + 0,15x_D \geq 10$ | fabbisogno amidi               |
| $0,08x_P + 0,10x_S + 0,04x_D \geq 5$  | fabbisogno vitamine            |
| $0,04x_P - 0,10x_S + 0,07x_D = 0$     | fabb. amidi = 2 fabb. vitamine |
| $x_P, x_S, x_D \geq 0$                | quantità non negative          |

La funzione obiettivo è data da:

|                                    |                                  |
|------------------------------------|----------------------------------|
| $\min \quad 10x_P + 25x_S + 15x_D$ | minimizzare il costo della dieta |
|------------------------------------|----------------------------------|

### **ERRORI FREQUENTI**

L'esercizio 1 ha presentato qualche difficoltà nella parte grafica.

L'esercizio 2 è risultato, prevedibilmente, semplice nella parte standard del modello, ma non ha presentato particolari difficoltà neppure nella parte aggiunta.