

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA DEL 15/3/2001



No cell, no hell!

- 1) Usando il metodo di riduzione di Gauss calcolare il determinante della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Riportare tutte le iterazioni del metodo.

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 9

- 2) Dato il vettore $\mathbf{v} = (1, -1)$, determinare:

- a - la retta r passante per il punto $\mathbf{P}(1, 0)$ e parallela al vettore \mathbf{v} ;
- b - la retta s passante per il punto $\mathbf{Q}(2, -3)$ e perpendicolare al vettore \mathbf{v} ;
- c - il punto \mathbf{R} di intersezione della retta r e della retta s .

TEMPO SUGGERITO 10m
PUNTEGGIO 9

- 3) Sia data la seguente successione:

$$\left\{ \frac{1}{n^2 - n} \right\}$$

- a - per quali valori di n la successione è definita?
- b - per quali valori di n la successione è decrescente?
- c - Per quali valori di n la successione assume valori strettamente minori di $1/6$?

TEMPO SUGGERITO 10m
PUNTEGGIO 9

- 4) Scrivere la derivata seconda della funzione $f(x) = \text{sen}(\lg x)$.

TEMPO SUGGERITO 10m
PUNTEGGIO 6

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 15/3/2001

1) Applicando il metodo richiesto si ha:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \end{vmatrix} = \\ &= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & -15 \end{vmatrix} = -45 \end{aligned}$$

2a) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-0}{-1} \Rightarrow r: y = 1 - x.$

2b) $1(x-2) + (-1)(y+3) = 0 \Rightarrow s: y = x - 5.$

2c) \mathbf{R} si determina risolvendo il sistema $\begin{cases} y = 1 - x \\ y = x - 5 \end{cases}$, da cui $\mathbf{R}(3, -2)$.

3a) La successione è definita per $n^2 - n \neq 0$, cioè $n \neq 0$ e $n \neq 1$.

3b) La condizione:

$$\frac{1}{n^2 - n} \geq \frac{1}{(n+1)^2 - (n+1)}$$

equivale a $n^2 - n \leq n^2 + n$ ed è sempre verificata.

3c) La condizione:

$$\frac{1}{n^2 - n} < \frac{1}{6}$$

equivale a $n^2 - n - 6 > 0$ ed è verificata per $n \geq 4$.

4) Applicando le regole di derivazione si ha:

$$f'(x) = \frac{1}{x} \cos(\lg x)$$

$$f''(x) = -\frac{1}{x^2} \cos(\lg x) - \frac{1}{x^2} \operatorname{sen}(\lg x) = -\frac{1}{x^2} (\cos(\lg x) + \operatorname{sen}(\lg x))$$

ERRORI FREQUENTI

Il primo esercizio, che poteva essere risolto in numerosi modi, ha presentato qualche difficoltà nell'applicazione corretta delle regole di calcolo.

Il secondo esercizio ha dato qualche piccolo problema nella soluzione del sistema.

Il terzo esercizio ha dato difficoltà nella domanda relativa al campo di esistenza.

Il quarto esercizio ha dato qualche problema nel calcolo della derivata prima, sulla regola di derivazione composta.