

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA DEL 21/6/2001



No cell, no hell!

- 1) Siano date le seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Calcolare  $A+B$ ,  $B+A$ ,  $AB$ ,  $BA$ .

TEMPO SUGGERITO 10m

PUNTEGGIO 8

- 2) Determinare la circonferenza  $\Gamma$  di raggio  $r = \sqrt{2}$  e avente il centro nel punto medio  $M$  del segmento di estremi  $A = (1, 2)$ ,  $B = (-3, 0)$ .

TEMPO SUGGERITO 10m

PUNTEGGIO 9

- 3) Determinare il campo di esistenza, gli intervalli di crescita e decrescenza e i massimi e i minimi relativi della funzione  $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$ .

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 11

- 4) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - x^3) dx$$

TEMPO SUGGERITO 10m

PUNTEGGIO 5

## SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 21/6/2001

$$1) \quad A+B = B+A = \begin{pmatrix} -1+2 & 0+1 \\ 3+0 & -2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2) \quad M = \left( \frac{1-3}{2}, \frac{2+0}{2} \right) = (-1, 1)$$

$$\Gamma : (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$$

3)  $f$  è definita ovunque.

$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 5 \text{ e si annulla in } x = -1 \text{ e } x = \frac{5}{3}.$$

Quindi  $f$  è crescente in  $]-\infty, -1]$  e in  $[5/3, +\infty[$ ; è decrescente in  $[-1, 5/3]$  ha un massimo  $-1$  e un minimo in  $5/3$  in cui vale rispettivamente  $9$  e  $-229/27$

4) Applicando l'integrazione per somma si ha:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - x^3) dx = \left[ \sin x - \frac{x^4}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\pi^4}{64}$$