



No cell, no hell!

1) Risolvere il seguente sistema lineare, utilizzando il metodo di riduzione di Gauss:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

TEMPO SUGGERITO 10m

PUNTEGGIO 8

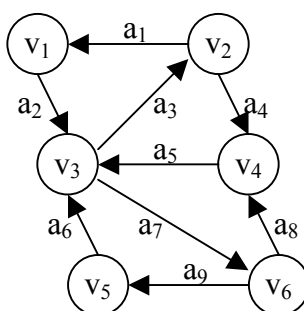
2) Determinare la retta r passante per il punto $P(0, 1)$ e per il punto Q in cui si intersecano la

retta $s_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t - 1 \end{cases}$ e la retta $s_2 : x + y - 3 = 0$.

TEMPO SUGGERITO 10m

PUNTEGGIO 8

3) Si consideri il seguente grafo:



e le seguenti sequenze di archi:

- $C_1 = a_1 - a_2 - a_3$
- $C_2 = a_7 - a_5 - a_4 - a_3 - a_6 - a_9$
- $C_3 = a_3 - a_4 - a_5 - a_7 - a_8$
- $C_4 = a_2 - a_3 - a_4 - a_5 - a_1$

Dire quali sequenze sono cammini, cammini orientati, cicli semplici, cicli elementari, motivando la risposta.

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 9

4) Determinare la derivata seconda della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$.

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 8

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 13/9/2001

1) La matrice associata è:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{IIr} \leftarrow \text{IIr} - 2\text{Ir} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{IIIr} \leftarrow \text{IIIr} + 2\text{IIr} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

La terza equazione risulta impossibile ($0 = 9$) e quindi il sistema è incompatibile.

2) Il punto Q è dato dalla soluzione del sistema: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t - 1 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$ che è $x = 3, y = 0, t = 1$, quindi si

ha $Q(3, 0)$. A questo punto la retta r è data da $\frac{x-0}{3-0} = \frac{y-1}{0-1}$, cioè $r : x + 3y - 3 = 0$

3) I risultati sono riassunti nella seguente tabella:

	C_1	C_2	C_3	C_4
Cammino	SI	SI	SI	NO
Cammino orientato	SI	NO	SI	NO
Ciclo semplice	SI	SI	NO	NO
Ciclo elementare	SI	NO	NO	NO

Le risposte sono affermative se le definizioni sono verificate.

C_2 non è un cammino orientato perchè gli archi sono percorsi tutti nel verso opposto e non è un ciclo elementare perchè il nodo v_3 viene attraversato due volte.

C_3 non è un ciclo perchè inizia nel nodo v_3 e termina nel nodo v_4 , quindi non è un cammino chiuso.

C_4 non è un cammino perchè gli archi a_5 e a_1 non sono in sequenza.

4) Applicando le usuali regole di derivazione si ottiene $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}}$ e successivamente

$$f''(x) = \frac{-4}{(x^2-4x)\sqrt{x^2-4x}}$$

ERRORI FREQUENTI

Il sistema dell'esercizio 1 era impossibile, sembra strano ma nessuno lo credeva possibile.

Nell'esercizio 3 non ci sono state risposte completamente errate, ma molti hanno dato risposte incomplete o non giustificate.