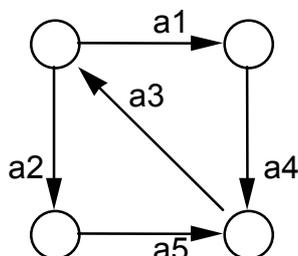


TEST DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA DEL 29/11/2000

- 1) Determinare la matrice associata all'operatore lineare $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ che associa al vettore (x_1, x_2, x_3) il vettore $(x_1 - 2x_2 + x_3, x_2 - 3x_3)$.
TEMPO SUGGERITO: 10m

- 2) Sia dato il grafo seguente:



Quali delle seguenti sequenze di archi sono cammini, quali sono cammini orientati, quali sono cicli:

- a) a_1, a_4, a_3
- b) a_1, a_3, a_5
- c) a_2, a_5, a_1
- d) a_1, a_4, a_5, a_2

TEMPO SUGGERITO: 10m

- 3) Verificare che $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - 2x - 1 = 2$

TEMPO SUGGERITO: 15m

- 4) Determinare gli intervalli di concavità e convessità di $f(x) = 2x^2 - e^x$.
TEMPO SUGGERITO: 10m

SOLUZIONE

- 1) $L(1, 0, 0) = (1, 0)$; $L(0, 1, 0) = (-2, 1)$; $L(0, 0, 1) = (1, -3)$ e quindi:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

- 2) a) cammino orientato (ciclo)
b) cammino non orientato
c) non è un cammino
d) cammino non orientato (ciclo)

- 3) $|x^2 - 2x - 1 - 2| < \varepsilon \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 - \varepsilon < 0 \\ x^2 - 2x - 3 + \varepsilon > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sqrt{4 + \varepsilon} < x < 1 + \sqrt{4 + \varepsilon} \\ x < 1 - \sqrt{4 - \varepsilon}; x > 1 + \sqrt{4 - \varepsilon} \end{cases}$

con $\varepsilon < 4$.

$1 + \sqrt{4 - \varepsilon} < x < 1 + \sqrt{4 + \varepsilon}$ è un intorno di 3.

- 4) $f'(x) = 4x - e^x$; $f''(x) = 4 - e^x$ e quindi $4 - e^x > 0 \Leftrightarrow x < \lg 4$.
 f è convessa per $x \leq \lg 4$, è concava per $x \geq \lg 4$ ed ha un flesso per $x = \lg 4$.