

PROVA SCRITTA DI RICERCA OPERATIVA DEL 18/06/2002

No cell, no hell!



1) Si consideri il seguente PLI:

$$\max z = x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \leq 2$$

$$x_1 + x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0 - 1\}$$

a) Scrivere il rilassamento lagrangiano con moltiplicatori unitari dei vincoli di disuguaglianza e risolverlo con semplici considerazioni, riportandole brevemente.

b) Dire se la soluzione trovata è ottimale per il problema dato.

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 17

2) Sia dato il gioco TU (N, v) in forma caratteristica con $N = \{1, 2, 3\}$ e v definita da:

$$v(1) = 1; v(2) = 3; v(3) = 0;$$

$$v(12) = 4; v(13) = 3; v(23) = 5; v(N) = 6$$

a) Verificare che $(2, 2, 2)$ non appartiene al nucleo.

b) Dimostrare che $(1, 3, 2)$ è l'unica allocazione nel nucleo.

c) Determinare il nucleolo.

TEMPO SUGGERITO 10m

PUNTEGGIO 13

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 18/06/2002

1a) Il rilassamento richiesto è:

$$\max z_L = -x_1 - 2x_3 + x_4 + 3$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}$$

Il vincolo di uguaglianza impone di “prendere” 2 oggetti; quelli di maggior valore impongono $x_L = (0, 1, 0, 1)$ a cui corrisponde $z_L(x_L) = 4$.

1b) x_L è ammissibile per il problema dato ma $z(x_L) = 2$, per cui non è detto che sia ottimale.

2a) E' sufficiente osservare che $v(23) = < x_2 + x_3$

2b) E' sufficiente osservare che $v(N)$ è uguale alla somma dei contributi marginali, per cui i contributi marginali sono l'unica allocazione nel nucleo.

2c) Poichè il nucleo contiene una sola allocazione questa è il nucleolo.