PROVA SCRITTA DI RICERCA OPERATIVA DEL 17/09/2002

No cell, no hell!

1) Sia dato il seguente problema lineare **P**:

$$\begin{array}{ll} \min & z = x_1 - 2x_2 - 4x_3 \\ \text{s.t.} & 5x_1 + 2x_2 + 10x_3 \leq 20 \\ . & 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 15 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Risolvere **P** con l'algoritmo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a sinistra e la variabile entrante più in alto.

TEMPO SUGGERITO 25m
PUNTEGGIO 16

2) Sia dato il gioco TU (N, v) in forma caratteristica con N = {1, 2, 3, 4} e v definita da:

$v(S) = 0$ se $|S| = 1$
$v(12) = v(13) = v(14) = 1$
$v(23) = v(24) = 2$
$v(34) = v(123) = v(124) = 3$
$v(134) = 4$
$v(234) = 5$
$v(N) = 6$

a) Verificare che l'allocazione $x = (1, 2, 3, 0)$ appartiene al nucleo.
b) L'allocazione precedente è l'unico elemento del nucleo?

TEMPO SUGGERITO 15m
PUNTEGGIO 14

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 17/09/2002

1) Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	x_1	x_2	x_3	
u_1	-5	-2	-10	20
u_2	-5	-3 *	-5	15
-z	-1	2	4	0

	x_1	u_2	x_3	
u_1	-5/3	2/3	-20/3 *	10
x_2	-5/3	-1/3	-5/3	5
-z	-13/3	-2/3	2/3	10

	x_1	u_2	u_1	
x_3	-1/4	-1/10	-3/20	3/2
x_2	-5/4	-1/6	1/4	5/2
-z	-9/2	-3/5	-1/10	11

La tabella è ottimale e la soluzione è $x^* = (0, 5/2, 3/2)$, $z^* = -11$.

2a) $x = (1, 2, 3, 0)$ è una allocazione del nucleo; infatti:

$v(S) = 0$	se $\|S\| = 1$	OK - $x_i \geq 0$
$v(12) = v(13) = v(14) = 1$		OK - $x_1 = 1$
$v(23) = v(24) = 2$		OK - $x_2 = 2$
$v(34) = v(123) = v(124) = 3$		OK - $x_1 + x_2 = x_3 = 3$
$v(134) = 4$		OK - $x_1 + x_3 = 4$
$v(234) = 5$		OK - $x_2 + x_3 = 5$
$v(N) = 6$		OK - x è efficiente

2b) NO. Poichè i giocatori 3 e 4 sono simmetrici, anche $x' = (1, 2, 0, 3)$ sta nel nucleo.

ERRORI FREQUENTI

Nel primo esercizio qualcuno ha confuso la destra e la sinistra nella scelta del cardine.
Nel secondo esercizio nessuno ha notato la simmetria tra i giocatori 3 e 4, verificando le diseguaglianze.