PROVA PARZIALE DI RICERCA OPERATIVA DEL 15/11/2001

No cell, no hell!

1) **Correggere gli eventuali errori contenuti nello svolgimento del seguente esercizio**:
Sia dato il seguente problema di programmazione lineare intero:

$$\begin{aligned} \min\quad & z = x_1 - 2x_2 \\ \text{s.t.}\quad & -2x_1 + 5x_2 \le 2 \\ & x_1 \ge 1 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \text{ e interi} \end{aligned}$$

Risolverlo con l'algoritmo di Gomory, scegliendo la variabile uscente col coefficiente nella funzione obiettivo maggiore e la variabile entrante più in alto. Generare i tagli a partire dalla riga più in alto.

Svolgimento

La tabella iniziale è:

	x_1	x_2	
u_1	2	-5 *	2
u_2	1	0	-1
-z	-1	2	0

	x_1	u_1	
x_2	2/5	-1/5	2/5
u_2	1 *	0	-1
-z	-1/5	-2/5	4/5

	u_2	u_1	
x_2	2/5	-1/5	4/5
x_1	1	0	1
-z	-1/5	-2/5	3/5

La tabella è ottimale ma non è intera, si introduce il vincolo u_3, generato dalla riga di x_2:

	u_2	u_1	
x_2	2/5	-1/5	4/5
x_1	1	0	1
u_3	2/5	1/5 *	-1/5
-z	-1/5	-2/5	3/5

	u_3	u_1	
x_2	0	-1	1
x_1	1	0	1
u_2	-2	5	1
-z	-1	-2	1

La tabella è ottimale e intera e la soluzione è $x^* = (1, 1)$; $z^* = 1$.

TEMPO SUGGERITO: 20m
PUNTEGGIO 18

2) Una piccola ditta produce vasi di argilla di tre tipi:

Economico: richiede 3 Kg. di argilla, 0.5 litri di vernice e 1 ora di cottura in forno; il prezzo di vendita è 5 €.

Elegante: richiede 2 Kg. di argilla, 1 litro di vernice e 1.5 ore di cottura in forno; il prezzo di vendita è 10 €.

Artigianale: richiede 4 Kg. di argilla, 0 litri di vernice e 2 ore di cottura in forno; il prezzo di vendita è 20 €.

Sono disponibili 100 Kg. di argilla, 10 litri di vernice e 50 ore di cottura.

a) Scrivere un modello lineare intero che massimizzi il ricavo.
b) Rendere più realistico il modello supponendo che il forno contenga al più 10 vasi, possa essere utilizzato per 10 ore e non possa essere aperto durante la cottura.

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 15

SOLUZIONE DELLA PROVA PARZIALE DEL 15/11/2001

1) Gli errori sono **in neretto**:

La tabella iniziale è:

	x_1	x_2			x_1	u_1			u_2	u_1	
u_1	2	**-5 ***	2	x_2	2/5	-1/5	2/5	x_2	2/5	-1/5	4/5
u_2	1	0	-1	u_2	1 *	0	-1	x_1	1	0	1
-z	-1	2	0	-z	-1/5	-2/5	4/5	-z	-1/5	-2/5	3/5

La tabella è ottimale ma non è intera, si introduce il vincolo u_3, generato dalla riga di x_2:

	u_2	u_1			u_3	u_1	
x_2	2/5	-1/5	4/5	x_2	**0**	-1	**1**
x_1	1	0	1	x_1	1	0	1
u_3	**2/5**	**1/5 ***	**-1/5**	u_2	-2	5	1
-z	-1/5	-2/5	3/5	-z	**-1**	-2	**1**

La tabella è ottimale e intera e la soluzione è $x^* = (1, 1)$; $z^* =$ **1**.

Ordinatamente si ha:

- il cardine nella tabella iniziale è l'elemento di posto 2 - 1;
- il vincolo u_3 è $3/5\ u_2 + 4/5\ u_1 - 4/5$ e il cardine sarebbe l'elemento di posto 3 - 1;
- gli elementi ai "quattro angoli" sono rispettivamente: $0 \rightarrow 4/5$; $1 \rightarrow 3/5$; $-1 \rightarrow 3/5$; $1 \rightarrow 1/5$;
- il valore ottimale è $z^* = -1$.

2a) Posto x_1 = numero dei vasi economici, x_2 = numero dei vasi eleganti, x_3 = numero dei vasi artigianali si hanno i vincoli:

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 100$	non si deve usare più argilla di quella disponibile
$0.5x_1 + x_2 \leq 10$	non si deve usare più vernice di quella disponibile
$x_1 + 1.5x_2 + 2x_3 \leq 50$	non si devono usare più ore di quelle disponibili
$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ e interi	i vasi devono essere in quantità non negative e intere

La funzione obiettivo è:

max $5x_1 + 10x_2 + 20x_3$	si deve massimizzare il ricavo

2b) Nella nuova situazione si aggiungono le variabili y_1 = numero di cotture dei vasi economici, y_2 = numero di cotture dei vasi eleganti, y_3 = numero di cotture dei vasi artigianali e i vincoli:

$y_i \geq x_i/10, i = 1, ..., 3$	il numero delle cotture deve permettere la cottura di tutti i vasi
$y_1 + 1.5y_2 + 2y_3 \leq 10$	non si devono usare più ore di quelle disponibili
y_1, y_2, y_3 interi	il numero delle cotture è intero.

ERRORI FREQUENTI

Nel primo esercizio quasi tutti gli errori sono stati "identificati": qualche difficoltà in più hanno dato il primo errore (cardine della prima tabella errato) e l'ultimo ($z^* = -1$). Molto grave l'errore di chi ha detto che il cardine della prima tabella era lo 0.

La prima domanda del secondo esercizio non ha dato particolari difficoltà, salvo la "dimenticanza" dei vincoli di integrità e di non negatività delle variabili. La seconda domanda era più complessa è ha dato molte difficoltà, in quanto l'indicazione che i vasi di ogni cottura fossero dello stesso tipo non era esplicita.