

PROVA PARZIALE DI RICERCA OPERATIVA DEL 13/12/2001



No cell, no hell!

- 1) Sia dato il seguente problema di programmazione lineare intero:

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 = 3$$

$$x_2 + x_3 = 4$$

$$x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1, 2\}$$

Surrogare i vincoli di uguaglianza con moltiplicatori π unitari; risolvere il problema surrogato con semplici considerazioni e dire se la soluzione trovata è ottimale per il problema dato.

TEMPO SUGGERITO: 20m

PUNTEGGIO 16

- 2) Sia dato il seguente gioco TU in forma caratteristica:

$$v(1) = v(2) = v(3) = 0$$

$$v(12) = v(13) = 1$$

$$v(23) = v(123) = k$$

Per quali valori di $k \in \mathbf{R}$ il valore Shapley è un elemento del nucleo del gioco?

TEMPO SUGGERITO: 20m

PUNTEGGIO 17

SOLUZIONE DELLA PROVA PARZIALE DEL 13/12/2001

- 1) Il problema surrogato è:

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4$$

$$\text{s.t. } x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 11$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1, 2\}$$

Ci sono due soluzioni ammissibili $x' = (1, 2, 2, 2)$ e $x'' = (2, 2, 2, 1)$ con $z(x') = 8$ e $z(x'') = 9$, per cui la soluzione del problema surrogato è x'' , che non è ammissibile per il problema dato.

- 2) Il valore Shapley è $\varphi = \left(\frac{2}{6}, \frac{3k-1}{6}, \frac{3k-1}{6}\right)$; le condizioni $v(1) = 0$, $v(23) = v(123) = k$ impongono che le allocazioni nel nucleo assegnino 0 al giocatore 1, quindi il valore Shapley non è mai un elemento del nucleo.

ERRORI FREQUENTI

Il primo esercizio ha presentato difficoltà legate (probabilmente) alla oggettiva facilità della determinazione della soluzione ottimale sia del problema dato, che del rilassamento surrogato. L'errore più comune è stato "trascurare" la soluzione x'' per il problema rilassato, in quanto non ammissibile per il problema dato; questa osservazione andava fatta successivamente. Analogamente non era chiesto di trovare la soluzione ottimale del problema dato ma solo di dire se quella del problema surrogato lo fosse o meno.

Il secondo esercizio aveva una prima parte "calcolativa" che non ha dato grossi problemi, mentre è risultato difficile rispondere alla seconda, che richiedeva di giungere alla conclusione che "per nessun valore del parametro k il valore di Shapley appartiene al nucleo".