

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA (INF.) DEL 18/06/2002

No cell, no hell!



- 1) Determinare gli autospazi dell'endomorfismo f di \mathbf{R}^3 in \mathbf{R}^3 rappresentato dalla matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

f è semplice (giustificare la risposta)?

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 16

- 2) a) Determinare la retta r passante per i punti $P(1, 0, -1)$ e $Q(1, -1, 1)$.
b) Scrivere l'equazione del fascio di piani avente la retta r come sostegno.
c) Determinare il piano π del fascio passante per il punto $R(3, 0, 0)$ e il piano π' passante per il punto $S(1, -2, 3)$

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 14

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 18/06/2002

1a) L'equazione caratteristica è $(2 - \lambda)(1 - \lambda)^2 = 0$, che ha come soluzioni $\lambda = 2$ ($\mu = 1$) e $\lambda = 1$ ($\mu = 2$).

L'autospazio associato a $\lambda = 2$ equivale al nucleo di:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

e si ha $V_2 = L(1, 0, 0)$.

L'autospazio associato a $\lambda = 1$ equivale al nucleo di:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

e si ha $V_1 = L((0, 0, 1), (1, -1, 0))$.

Poichè $\dim(V_1) = \mu = 2$, f è semplice.

2a) In forma parametrica si ha:

$$r : \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = -2t - 1 \end{cases}$$

2b) E' sufficiente determinare due piani contenenti r , ad esempio $x = 1$ e $z = -2y - 1$. Il fascio ha equazione:

$$\lambda(x - 1) + \mu(z + 2y + 1) = 0$$

2c) Imponendo il passaggio per R si ha $2\lambda + \mu = 0$, da cui $\lambda = 1$ e $\mu = -2$ e quindi:

$$\pi : x - 4y - 2z - 3 = 0$$

Analogamente imponendo il passaggio per S si ha $0 = 0$ (il punto S appartiene alla retta r).

ERRORI FREQUENTI

Nel primo esercizio ho notato una grossa difficoltà nella risoluzione dell'equazione caratteristica, $(2 - \lambda)(1 - \lambda)^2 = 0$ nonostante l'assoluta semplicità. Qualche difficoltà anche nel giustificare che l'endomorfismo fosse semplice.

Nel secondo esercizio quasi nessuno ha risolto la domanda b) che non presentava nessuna difficoltà tecnica, non arrivando alla domanda c).