PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA (INF.) DEL 05/07/2002

No cell, no hell!

1) Applicando il metodo di Gauss, calcolare il determinante della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

TEMPO SUGGERITO 20m
PUNTEGGIO 14

2) a) Determinare il piano π passante per i punti P(1, -1, 1), Q(2, 1, 1) e R(0, 1, 1).
b) Determinare l'area del triangolo PQR.
c) Calcolare la distanza del piano π dal punto A(2, 0, 0).

TEMPO SUGGERITO 15m
PUNTEGGIO 16

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 05/07/2002

1) Invertendo le prime due colonne e la prima e ultima riga si ha:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \text{IVr}\leftarrow\text{IVr - 2Ir} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -1 & -4 \end{vmatrix} = \text{IIr}\leftrightarrow\text{IIIr, IIIr}\leftarrow\text{IIIr + 3IIr,}$$

$$\text{IVr}\leftarrow\text{IVr + 2IIr} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -8 \end{vmatrix} = \text{IIIr}\leftrightarrow\text{IVr, IVr}\leftarrow\text{IVr - 5IIIr} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 35 \end{vmatrix} = -35$$

2a) Il piano passante per P e parallelo ai vettori (Q-P) = (1, 2, 0) e (R-P) = (-1, 2, 0) ha equazione parametrica:

$$\pi : \begin{cases} x = s - t + 1 \\ y = 2s + 2t - 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

e cartesiana $z = 1$.

2b) Il prodotto vettoriale tra (Q-P) e (R-P) è (0, 0, 4) che ha norma 4, per cui il triangolo ha area 2.

2c) Applicando la formula si ha:

$$d(\pi, A) = \frac{|2+0+0-1|}{\sqrt{0+0+1}} = 1$$

ERRORI FREQUENTI

Il primo esercizio ha dato difficoltà nell'applicazione "algoritmica", cioè deterministica della procedura di Gauss. Il secondo esercizio ha dato origine a vari errori, non riconducibili ad una tipologia specifica.