PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA (INF.) DEL 12/12/2002

No cell, no hell!

1) Determinare la matrice associata all'endomorfismo $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, riferito alla base $\mathcal{B}(v_1, v_2, v_3)$, sapendo che Ker $f = \mathcal{L}((v_1 + 2v_2), (v_2 - v_3))$ e che $f(v_1 - v_2 + 2v_3) = (2v_1 + v_2 - v_3)$.

TEMPO SUGGERITO 25m
PUNTEGGIO 20

2) Determinare la distanza della retta r passante per i punti P(1, 0, 1) e Q(2, -1, 0), dal punto R(1, 1, 3).

TEMPO SUGGERITO 10m
PUNTEGGIO 10

SOLUZIONE DELLA PROVA SCRITTA DEL 12/12/2002

1) Dai dati si ricava:

$f(1, 2, 0) = (0, 0, 0)$
$f(0, 1, -1) = (0, 0, 0)$
$f(1, -1, 2) = (2, 1, -1)$

Quindi è necessario determinare:

$f(1, 0, 0) = (a, b, c)$
$f(0, 1, 0) = (d, e, f)$
$f(0, 0, 1) = (g, h, i)$

Dalla linearità di f si ricava:

$(a + 2d, b + 2e, c + 2f) = (0, 0, 0)$
$(d - g, e - h, g - i) = (0, 0, 0)$
$(a -d + 2g, b - e + 2h, c - f + 2i) = (2, 1, -1)$

a, d, g si ricavano risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} a + 2d = 0 \\ d - g = 0 \\ a - d + 2g = 2 \end{cases}$$

e si ha a = 4, d = -2, g = -2. Analogamente si ha b = 2, e = -1, h = -1, c = -2, f = 1, i = 1 per cui la matrice richiesta è:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2) Applicando la formula $\dfrac{\|(R - P) \wedge (Q - P)\|}{\|(Q - P)\|}$ si ottiene $d(R,r) = \sqrt{2}$.

ERRORI FREQUENTI