PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI GIOCHI A DEL 01/04/2003

1. Sia dato il seguente gioco in forma normale:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

   a. Ridurlo per dominanza (debole) iterata.

   b. Scrivere i problemi lineari associati al gioco ridotto per il giocatore I e per il giocatore II che permettono di determinare gli equilibri di Nash in strategie miste.

   c. Risolvendo i problemi del punto b. determinare le strategie miste di equilibrio e il valore del gioco.

TEMPO SUGGERITO	30m
PUNTEGGIO	18

2. Si consideri un gioco rappresentato in forma estesa. Quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta?

   A Devono essere indicate le vincite di ogni giocatore.

   B Il numero di mosse per un giocatore deve essere finito.

   C Solo i giochi non cooperativi possono essere rappresentati in questa forma.

   D Tutti gli insiemi di informazione devono contenere lo stesso numero di nodi.

   Giustificare adeguatamente la risposta.

TEMPO SUGGERITO	10m
PUNTEGGIO	12

1. a. Iterativamente si eliminano la colonna 2, dominata dalla colonna 4, la riga 3, dominata dalla riga 1, e la colonna 1, dominata dalla colonna 3, ottenendo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

b. Il programma lineare per il giocatore I è:

$$\begin{array}{ll} max & z = v_I \\ s.t. & 2x_1 + x_2 - v_I \geq 0 \\ & 3x_2 - v_I \geq 0 \\ & x_1 + x_2 = 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Il programma lineare per il giocatore II è:

$$\begin{array}{ll} min & z = v_{II} \\ s.t. & 2y_1 - v_{II} \leq 0 \\ & y_1 + 3y_2 - v_{II} \leq 0 \\ & y_1 + y_2 = 1 \\ & y_1, y_2 \geq 0 \end{array}$$

c. Per la relazione di dualità è sufficiente risolvere il primo problema, inoltre essendo gli elementi del gioco ridotto tutti non negativi il valore del gioco è non negativo:

	x_1	x_2	v_I	
y_1	2	1	-1	0
y_2	0	3	-1	0
v_{II}	$\boxed{1}$	1	0	-1
z	0	0	1	0

	v_{II}	x_2	v_I	
y_1	2	-1	-1	2
y_2	0	3	$\boxed{-1}$	0
x_1	1	-1	0	1
z	0	0	1	0

	v_{II}	x_2	y_2	
y_1	2	$\boxed{-4}$	1	2
v_I	0	3	-1	0
x_1	1	-1	0	1
z	0	3	-1	0

	v_{II}	y_1	y_2	
x_2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
v_I	$\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$
x_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
z	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$

Le strategie di equilibrio sono $((\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (\frac{3}{4}, \frac{1}{4}))$ e il valore del gioco è $\frac{3}{2}$.

2. L'unica esatta è la A; infatti un giocatore può avere infinite mosse, tutti i giochi sono rappresentabili in forma estesa e ogni insieme di informazione ha il proprio numero di nodi.

ERRORI FREQUENTI
Nel primo esercizio, molti studenti hanno adottato la soluzione "semplice" di determinare le strategie miste di equilibrio dal valore del gioco, non leggendo attentamente il testo.
Nel secondo esercizio qualcuno ha omesso la motivazione della inesattezza delle risposte B, C e D.