1. Sia dato il seguente problema lineare P:

$$
\begin{array}{ll}
min & -5x_1 - x_2 + 2x_3 \\
 & -3x_1 + x_3 \geq 2 \\
 & 6x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 0 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{array}
$$

   a. P ammette la forma normale?

   b. Risolvere P con l'algoritmo del simplesso.

   c. Determinare l'insieme delle soluzioni ottimali.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	18

2. Si consideri un gioco non cooperativo a due giocatori a somma zero rappresentato in forma normale. Quali delle seguenti affermazioni sono esatte?

   A Il numero di righe deve essere uguale al numero di colonne.

   B L'elemento massimo non può essere un equilibrio di Nash in strategie pure.

   C Tutti gli elementi devono essere positivi.

   Giustificare adeguatamente le risposte.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	12

1. a. No, perchè l'origine non soddisfa il primo vincolo.

   b. Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	x_1	x_2	x_3	
u_1	-3	0	$\boxed{1}$	-2
u_2	-6	-1	2	0
$-z$	5	1	-2	0

	x_1	x_2	u_1	
x_3	3	0	1	2
u_2	0	$\boxed{-1}$	2	4
$-z$	-1	1	-2	-4

	x_1	u_2	u_1	
x_3	3	0	1	2
x_2	0	-1	2	4
$-z$	-1	-1	0	0

   La tabella è ottimale e la soluzione è $x^* = (0, 4, 2)$, $z^* = 0$.

   c. La presenza dello 0 tra i coefficienti di $-z$ e la non degenericità della tabella assicura che esisono altre soluzioni ottimali; essendo gli elementi della colonna u_1 tutti non negativi esistono infinite soluzioni ottimali, definite dallo spigolo:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ u_2 = 0 \\ u_1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2x_3 \\ x_3 \geq 2 \end{cases}$$

2. Si considerino i due seguenti esempi:

$$A \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -4 \end{pmatrix} \qquad B \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

con equilibri di Nash in (1,1) per A e in (1,1) e (1,2) per B.

A Falso (vedi A).

B Falso (vedi B).

C Falso (vedi A).