1. Applicando il metodo di Gauss, determinare il rango della seguente matrice:

$$\begin{matrix} 1 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & -6 & 0 & 2 \\ 4 & 12 & -2 & -2 \\ 1 & 3 & -3 & 2 \end{matrix}$$

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	15

2. Siano dati i punti P(1,1) e Q(5,3).

   a. Determinare l'equazione parametrica della retta r passante per P e Q.

   b. Dire se la retta r è più vicina al punto S(1,-1) o al punto T(3,4).

   c. Determinare le coordinate del punto E di intersezione tra la retta r e la retta passante per i punti S e T.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	18

1. Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\begin{matrix} 1 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & -6 & 0 & 2 \\ 4 & 12 & -2 & -2 \\ 1 & 3 & -3 & 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} R_2 \leftarrow R_2 + 2R_1 \\ R_3 \leftarrow R_3 - 4R_1 \\ R_4 \leftarrow R_4 - R_1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{matrix} \quad C_2 \leftrightarrow C_3 \quad \begin{matrix} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} R_3 \leftarrow R_3 + R_2 \\ R_4 \leftarrow R_4 - R_2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

2. Siano dati i punti P(1,1) e Q(5,3).

   a. L'equazione della retta passante per P e parallela al vettore Q-P è:

$$r : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$$

   b. L'equazione cartesiana della retta r è $r : x - 2y + 1 = 0$ e le distanze da S e da T sono:

$$d(r; S) = \frac{|1 + 2 + 1|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$d(r; T) = \frac{|3 - 8 + 1|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

   quindi r è equidistante dai due punti.

   c. E' sufficente osservare che avendo S e T uguale distanza da r il punto di intersezione cercato è il punto medio del segmento ST, per cui:

$$E\left(\frac{1 + 3}{2}; \frac{-1 + 4}{2}\right) \Rightarrow E\left(2; \frac{3}{2}\right)$$

ERRORI FREQUENTI

Nel primo esercizio la risoluzione è stata spesso empirica e approssimativa, trascurando che per affermare che il rango della matrice è 2, non è sufficiente verificare l'esistenza di una sottomatrice di ordine 2 con determinante non nullo, ma è necessario verificate che la matrice ha determinante nullo e TUTTE le sottomatrici di ordine 3 (sono 16) hanno determinante nullo.

Nel secondo esercizio molti hanno confuso la forma parametrica con la forma cartesiana e nessuno ha rilevato che E era il punto medio del segmento ST.