

1. Si consideri lo spazio vettoriale U delle matrici 2×2 a coefficienti reali, con le usuali operazioni di somma e prodotto per scalari.
 - a. Dire se il sottoinsieme $V \subset U$ formato dalle matrici aventi le due righe uguali è un sottospazio vettoriale di U .
 - b. Dire se il sottoinsieme $W \subset U$ formato dalle matrici aventi la somma dei coefficienti uguale a 1 è un sottospazio vettoriale di U .

In entrambi i casi giustificare la risposta.

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 15

2. Si considerino i punti del piano cartesiano $P(1, 1), U(4, 2), V(3, 1)$.
 - a. Determinare il punto U' simmetrico di P rispetto a U e il punto V' simmetrico di P rispetto a V .
 - b. Determinare la retta r passante per U e V e la retta r' passante per U' e V' .
 - c. Determinare le intersezioni tra la retta r e la retta r' .

TEMPO SUGGERITO 15m

PUNTEGGIO 15

1. a. V è un sottospazio vettoriale di U ; infatti si ha:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & d \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c & b+d \\ a+c & b+d \end{pmatrix}$$

$$\lambda \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a & \lambda b \\ \lambda a & \lambda b \end{pmatrix}$$

- b. W non è un sottospazio vettoriale di U ; infatti se la somma dei coefficienti di A è 1, la somma dei coefficienti di λA è λ .
2. a. Applicando la formula si ha $U' = (2x_U - x_P, 2y_U - y_P) = (7, 3)$ e analogamente $V' = (5, 1)$.
- b. Applicando la formula si ha:

$$r : \frac{x - x_V}{x_U - x_V} = \frac{y - y_V}{y_U - y_V} \Rightarrow r : \frac{x - 3}{1} = \frac{y - 1}{1} \Rightarrow r : x - y - 2 = 0$$

e analogamente

$$r' : x - y - 4 = 0$$

- c. Le rette r e r' sono parallele.

ERRORI FREQUENTI

Nel primo esercizio molti studenti hanno indicato cosa bisognava verificare per dire se i sottoinsiemi erano o meno sottospazi, invece di verificarlo.

Nel secondo esercizio, in cui era sufficiente applicare delle formule, non sono stati fatti errori rilevanti.