

1. Si consideri sul piano cartesiano la retta  $r : x - 2y = 2$ .
  - a. Determinare la retta  $s$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per il punto  $P(1, 0)$ .
  - b. Determinare il punto  $Q$  di intersezione delle rette  $r$  e  $s$ .

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

2. Dato uno spazio vettoriale  $V$ , si consideri l'applicazione  $f : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(u, v) = \sum_{i=1, \dots, n} \sqrt{u_i v_i}, \quad \forall u, v \in V$$

La funzione  $f$  costituisce un prodotto scalare?

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

## SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 12/12/2003

1. a. Il vettore direzionale della retta  $r$  è  $v = (2, 1)$ ; applicando la formula si ha:

$$s : 2(x - 1) + y = 0; s : 2x + y - 2 = 0$$

- b. E' sufficiente risolvere il sistema:

$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

che fornisce:

$$Q = \left( \frac{6}{5}, -\frac{2}{5} \right)$$

2. La funzione  $f$  non è un prodotto scalare in quanto non è definita se i vettori  $u$  e  $v$  hanno almeno una coppia di componenti discordi.

### ERRORI FREQUENTI

Il primo esercizio ha presentato qualche difficoltà sia nella determinazione della retta  $s$  che nella soluzione del sistema per determinare  $Q$ .

Il secondo esercizio ha dato origine alle risposte più svariate, alcune totalmente prive di senso, altre molto superficiali; in ogni caso ha evidenziato una scarsa conoscenza della definizione di prodotto scalare, tanto più grave poichè gli studenti possono consultare le dispense e i testi.