1. Determinare l'equazione della circonferenza Γ di raggio $\sqrt{2}$, avente il centro sulla retta $r : x = 1$ e tangente alla retta $s : x - y + 1 = 0$.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	15

2. Dato lo spazio vettoriale V delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$, con le usuali operazioni di somma e prodotto per un numero reale. Dire se l'insieme $U = \{f \in V \ t.c. \ f(1) = 0\}$ è un sottospazio vettoriale di V.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	15

1. Il centro della circonferenza Γ è il punto della retta r avente distanza $\sqrt{2}$ dalla retta s; detto $C = (1, \alpha)$ il generico punto di r è sufficiente risolvere la relazione:

$$\frac{|1 - \alpha + 1|}{\sqrt{1 + 1}} = \sqrt{2}$$

da cui:

$$\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 4$$

a cui corrispondono le due circonferenze:

$$\Gamma_1 : (x - 1)^2 + y^2 = 2; \Gamma_2 : (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 2$$

2. Dati $f \in U$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha $(\alpha f)(1) = \alpha f(1) = 0$, quindi $\alpha f \in U$; date $f, g \in U$ si ha $(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 0$, quindi $(f + g) \in U$; in conclusione U è un sottospazio vettoriale di V.

ERRORI FREQUENTI

Il primo esercizio ha presentato qualche difficoltà sia nella determinazione della retta s che nella soluzione del sistema per determinare Q.

Il secondo esercizio ha dato origine alle risposte più svariate, alcune totalmente prive di senso, altre molto superficiali; in ogni caso ha evidenziato una scarsa conoscenza della definizione di prodotto scalare, tanto più grave poichè gli studenti possono consultare le dispense e i testi.