

1. Cinque giocatori I, II, III, IV e V devono dividersi 2 oggetti A e B; le valutazioni di I sono 1, 3, quelle di II sono 1, 5, quelle di III sono 6, 4, quelle di IV sono 5, 4 e quelle di V sono 4, 2. Determinare la divisione con la procedura di Knaster-Steinhaus. Precisare quali giocatori sono invidiati da ogni giocatore.

TEMPO SUGGERITO 20m  
PUNTEGGIO 15

2. Si consideri il seguente gioco non cooperativo:  
tre giocatori devono scegliere se costruire una strada o meno con una spesa 120; le utilità dei giocatori, se la strada viene costruita, sono rispettivamente 50, 60 e 70; se almeno due giocatori rispondono "SI", la strada viene costruita e la spesa viene divisa in parti uguali tra coloro che hanno scelto "SI".

- a. Rappresentare il gioco in forma strategica.  
b. Determinare gli eventuali equilibri di Nash in strategie pure.

TEMPO SUGGERITO 20m  
PUNTEGGIO 18

1. Sia dato il programma lineare P:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 - 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} \quad & -x_2 + x_3 \leq 3 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Risolverlo con l'algoritmo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a destra e la variabile entrante più in alto.

TEMPO SUGGERITO 20m  
PUNTEGGIO 15

2. Si consideri il seguente gioco non cooperativo:

tre giocatori devono scegliere se costruire una strada o meno con una spesa 120; le utilità dei giocatori, se la strada viene costruita, sono rispettivamente 50, 60 e 70; se almeno due giocatori rispondono "SI", la strada viene costruita e la spesa viene divisa in parti uguali tra coloro che hanno scelto "SI".

- Rappresentare il gioco in forma strategica.
- Determinare gli eventuali equilibri di Nash in strategie pure.

TEMPO SUGGERITO 20m  
PUNTEGGIO 15

1.

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>
<i>A</i>	1,00	1,00	6,00	5,00	4,00
<i>B</i>	3,00	5,00	4,00	4,00	2,00
<i>assegnazioni</i>		<i>B</i>	<i>A</i>		
<i>V(ii)</i>	0,00	5,00	6,00	0,00	0,00
<i>E(i)</i>	0,80	1,20	2,00	1,80	1,20
<i>Differenza</i>	-0,80	3,80	4,00	-1,80	-1,20
<i>s/n</i>	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
<i>V(i)</i>	1,60	2,00	2,80	2,60	2,00
<i>compensazione</i>	1,60	-3,00	-3,20	2,60	2,00

I invidia IV e V, II e V invidiano IV.

2. a.

<i>III = SI</i>		
<i>I/II</i>	<i>SI</i>	<i>NO</i>
<i>SI</i>	10, 20, 30	-10, <b>60, 10</b>
<i>NO</i>	<b>50, 0, 10</b>	<b>0, 0, 0</b>

<i>III = NO</i>		
<i>I/II</i>	<i>SI</i>	<i>NO</i>
<i>SI</i>	-10, <b>0, 70</b>	<b>0, 0, 0</b>
<i>NO</i>	<b>0, 0, 0</b>	<b>0, 0, 0</b>

b. Le migliori risposte sono in grassetto e gli equilibri di Nash sono (N,S,S), (N,N,S), (N,N,N).

3. Applicando l'algoritmo richiesto si ha:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	
$u_1$	0	1	<b>-1</b>	3
$u_2$	-1	-2	0	2
$z$	1	-2	2	0

	$x_1$	$x_2$	$u_1$	
$x_3$	0	1	-1	3
$u_2$	<b>-1</b>	-2	0	2
$z$	1	0	-2	6

	$u_2$	$x_2$	$u_1$	
$x_3$	0	1	-1	3
$x_1$	-1	-2	0	2
$z$	-1	-2	-2	8

La tabella è ottimale e la soluzione è  $x^* = (2, 0, 3)$ ,  $z^* = 8$ .

### ERRORI FREQUENTI

Il primo esercizio, di tipo computazionale, non ha dato grosse difficoltà.

Il secondo esercizio, pur non essendo di tipo standard, ha dato pochissime difficoltà nella costruzione della forma strategica, ma è risultato stranamente complesso nella parte più meccanica di determinazione degli equilibri di Nash.

L'esercizio di Programmazione lineare non presentava difficoltà e non ci sono stati particolari errori.