

1. Si consideri l'applicazione  $f$  che ad una matrice a coefficienti reali  $2 \times 2$  associa il max dei suoi elementi.

L'applicazione  $f$  è un omomorfismo?

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

2. Sia dato il quadrilatero di vertici  $A(1, 1), B(4, 5), C(9, 6), D(6, 2)$ .

a Verificare che è un parallelogramma.

b Determinarne la superficie.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

1.  $f$  non è un omomorfismo; si consideri il seguente esempio:

$$f\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = 1 \text{ ma } f\left(-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = 0.$$

2. a E' sufficiente osservare che  $B - A = C - D = (3,4)$ .

b La retta  $AD$  ha equazione:

$$\frac{x-1}{6-1} = \frac{y-1}{2-1} \Rightarrow x - 5y + 4 = 0$$

La distanza della retta  $AD$  dal punto  $C$  è:

$$\frac{|9 - 30 + 4|}{\sqrt{1 + 25}} = \frac{17}{\sqrt{26}}$$

e la lunghezza del segmento  $AD$  è  $\sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$  per cui la superficie misura 17.

### ERRORI FREQUENTI

Nel primo esercizio, qualcuno ha dimostrato che  $f$  è un omomorfismo, non accorgendosi che utilizzava situazioni particolari, ad esempio il prodotto della matrice per uno scalare positivo.

Nel secondo esercizio, molti hanno scelto di verificare che il quadrilatero aveva i lati a due a due paralleli, perdendo molto tempo rispetto ad altre verifiche più semplici e rapide. Qualcuno ha citato "strane proprietà" dei parallelogrammi per semplificare i conti per calcolare la superficie, ma purtroppo tali proprietà erano false.