

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA (INF.) DEL 29/06/2004

1. Si consideri l'applicazione f che ad una funzione reale di variabile reale associa la sua derivata.

a L'applicazione f è iniettiva?

b L'applicazione f è un omomorfismo (con le usuali operazioni di somma di funzioni e prodotto di una funzione per uno scalare)?

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

2. Siano dati i piani $\pi_1 : x + 2y - z + 1 = 0$ e $\pi_2 : 3x - y - z - 2 = 0$.

a Determinare la retta r intersezione dei due piani, in forma cartesiana e in forma parametrica.

b Dire se i due piani sono ortogonali (giustificare la risposta).

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 29/06/2004

1. a f non è iniettiva, in quanto due funzioni che differiscono per una costante hanno la stessa derivata.
- b f è un omomorfismo, in quanto la derivata della funzione somma di due funzioni è la somma delle derivate delle funzioni date e la derivata della funzione prodotto di una funzione per uno scalare è il prodotto della derivata della funzione data per lo stesso scalare.

2. a La forma cartesiana si ottiene mettendo a sistema le due equazioni:

$$\begin{cases} x + 2y - z + 1 = 0 \\ 3x - y - z - 2 = 0 \end{cases}$$

La forma parametrica si ottiene ponendo una variabile come parametro e ricavando le altre due, ad esempio:

$$\begin{cases} x = \frac{3}{7}(t + 3) \\ y = \frac{1}{7}(2t - 5) \\ z = t \end{cases}$$

- b E' sufficiente verificare se i vettori normali ai due piani, $n_1 = (1, 2, -1)$ e $n_2 = (3, -1, -1)$, sono tra di loro ortogonali; il prodotto scalare è $3 - 2 + 1 \neq 0$, per cui i due piani non sono ortogonali.