PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA (INF.) DEL 14/09/2004

1. Dato lo spazio vettoriale V delle matrici 2×2 a coefficienti reali, con le usuali operazioni di somma e prodotto per un numero reale. Dire se l'insieme $U = \{A \in V\ t.c.\ a_{11} = a_{22}$ e $a_{12} = a_{21}\}$ e l'insieme $W = \{A \in V\ t.c.\ a_{11} = 1\}$ sono sottospazi vettoriali di V.

   TEMPO SUGGERITO 20m
   PUNTEGGIO 15

2. Sia dato il quadrilatero di vertici $A(-1,2), B(2,3), C(6,1), D(-3,-2)$.

   a Verificare che è un trapezio isoscele.

   b Determinarne il perimetro.

   TEMPO SUGGERITO 20m
   PUNTEGGIO 15

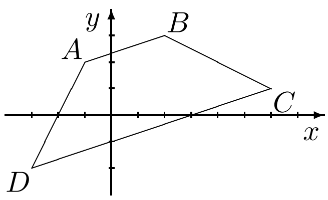
1. U è un sottospazio vettoriale di V in quanto:

   - data $A \in U$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ si ha $\lambda a_{11} = \lambda a_{22}$ e $\lambda a_{12} = \lambda a_{21}$ e quindi $\lambda A \in U$.
   - date $A, B \in U$ si ha $a_{11} + b_{11} = a_{22} + b_{22}$ e $a_{12} + b_{12} = a_{21} + b_{21}$ e quindi $A + B \in U$.

   W non è un sottospazio vettoriale di V in quanto non contiene la matrice nulla.

2. a. Per verificare che $ABCD$ è un trapezio isoscele è necessario verificare che AB è parallelo a CD, cioè che $\dfrac{A_y - B_y}{A_x - B_y} = \dfrac{C_y - D_y}{C_x - D_y}$ e che $AD = BC (= \sqrt{20})$.

   b. Poichè $AB = \sqrt{10}$ e $CD = \sqrt{90}$ si ottiene che il perimetro è $4(\sqrt{10} + \sqrt{5})$.



ERRORI FREQUENTI
Nel primo esercizio, la dimostrazione che U è sottospazio vettoriale deve tenere conto di ogni caso e non si può usare un esempio numerico. E' invece sufficiente un controesempio numerico per dire che W non è sottospazio vettoriale. Nel secondo esercizio la definizione di trapezio isoscele ha creato numerosi problemi.