

1. Si consideri il seguente gioco a due giocatori in forma strategica:

$I / II$	$L$	$R$
$T$	$-1, -3$	$4, 0$
$B$	$0, 1$	$3, 0$

Dire se la seguente distribuzione di probabilità è un equilibrio correlato:

$I / II$	$L$	$R$
$T$	$0$	$\frac{1}{2}$
$B$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

TEMPO SUGGERITO 30m  
PUNTEGGIO 15

2. Sia dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & z = x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \\
 \text{s.t.} \quad & 2x_1 - x_3 + x_4 \geq 1 \\
 & x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Scrivere il problema duale.

TEMPO SUGGERITO 20m  
PUNTEGGIO 15

Chi fa il secondo compitino risolva gli Esercizi 1 e 2.

Chi fa il compito completo risolva gli Esercizi 2 e 3.

1. Si consideri il seguente gioco di costi a 4 giocatori:

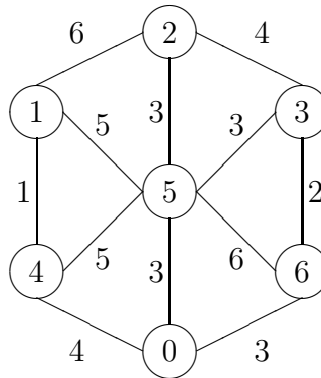
$S$	1	2	3	4	12	13	14	23	24	34	123	124	134	234	1234
$c(S)$	5	7	7	9	11	12	13	11	16	16	16	18	20	22	24

- a. Determinare la soluzione ECA.
- b. Determinare la soluzione ACA.
- c. Determinare la soluzione CGA.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

2. Si consideri il gioco di minimo spanning tree associato alla seguente rete, in cui il nodo  $i$  corrisponde al giocatore  $i$  e il nodo 0 corrisponde alla sorgente:



Poichè il grafo deve essere completo, si supponga che gli archi non tracciati abbiano costo 10.

- a. Determinare la soluzione di Bird.
- b. Determinare il nucleolo del gioco.

Non è richiesta la funzione caratteristica.

TEMPO SUGGERITO 30m

PUNTEGGIO 18

3. Dato il problema di maggioranza pesata definito da:

$$(10; 9, 6, 3, 2)$$

- a. Determinare la funzione caratteristica del gioco associato.
- b. Determinare l'indice di Deegan-Packel.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 12

- La risposta è affermativa. Infatti:  
 se a  $I$  viene segnalato  $T$  e segue l'indicazione ottiene 4, altrimenti ottiene 3;  
 se a  $I$  viene segnalato  $B$  ottiene comunque  $3/2$ ;  
 se a  $II$  viene segnalato  $L$  e segue l'indicazione ottiene 1, altrimenti ottiene 0;  
 se a  $II$  viene segnalato  $R$  e segue l'indicazione ottiene 0, altrimenti ottiene  $-5/3$ .

2. Il duale richiesto è:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & w = y_1 + 2y_2 \\
 \text{s.t.} \quad & 2y_1 \leq 1 \\
 & y_2 \leq -1 \\
 & -y_1 + 3y_2 \leq 1 \\
 & y_1 + 2y_2 = -1 \\
 & y_1 \geq 0
 \end{aligned}$$

3.  $m = (2, 4, 6, 8)$

$$g(N) = 4$$

$$r = (3, 3, 1, 1)$$

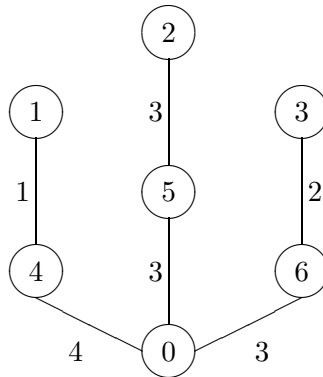
I costi non separabili delle altre coalizioni sono

$S$	1	2	3	4	12	13	14	23	24	34	123	124	134	234
$g(S)$	3	3	1	1	5	4	3	1	4	2	4	4	4	4

$$g = (3, 1, 1, 1)$$

- $ECA = (3, 5, 7, 9)$ .
- $ACA = (3.5, 5.5, 6.5, 8.5)$ .
- $CGA = (4.00, 4.66, 6.66, 8.66)$ .

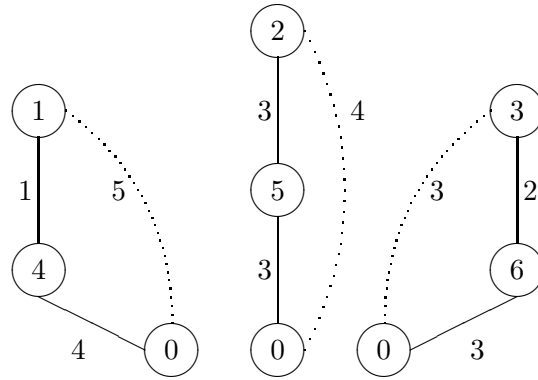
4. a. Osservando lo spanning tree di costo minimo:



La soluzione di Bird è:

$$x = (1, 3, 2, 4, 3, 3)$$

b. La struttura efficiente porta a:



Il nucleolo è:

$$\nu = (3, 3.5, 2.5, 2, 2.5, 2.5)$$

5. a.

$S$	1	2	3	4	12	13	14	23	24	34	123	124	134	234	1234
$v(S)$	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1

b. Le coalizioni vincenti minimali sono  $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3, 4\}$ .

$$\delta = \left( \frac{9}{24}, \frac{5}{24}, \frac{5}{24}, \frac{5}{24} \right)$$

#### ERRORI FREQUENTI

Il compito non ha presentato particolari difficoltà, salvo l'esercizio sull'equilibrio correlato, in cui è risultato non facile applicare la definizione, e l'esercizio sul gioco di cammino minimo, dove c'è stata qualche imprecisione nel calcolo del nucleolo.