

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare P :

$$\begin{aligned}
 \text{max} \quad & x_1 - x_2 + x_4 \\
 \text{s.t.} \quad & x_1 - x_3 \leq 1 \\
 & 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\
 & x_4 \text{ libera}
 \end{aligned}$$

- a. Scrivere la forma analitica del problema duale P' .
 b. Dire se i problemi P e P' ammettono soluzioni ottimali (giustificare la risposta).

TEMPO SUGGERITO 20m
 PUNTEGGIO 18

2. Si consideri il seguente gioco non cooperativo a due giocatori in forma strategica:

| | | |
|----------|------|------|
| I / II | L | R |
| T | 1, 2 | 3, 2 |
| B | 1, 0 | 0, 2 |

Determinare, se ne esistono, tutti gli equilibri di Nash in strategie pure.

TEMPO SUGGERITO 15m
 PUNTEGGIO 15

1. a. Il problema duale P' è:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & u_1 + u_2 \\
 \text{s.t.} \quad & u_1 \geq 1 \\
 & 2u_2 \geq -1 \\
 & -u_1 + u_2 \geq 0 \\
 & u_2 = 1 \\
 & u_1 \geq 0 \\
 & u_2 \text{ libera}
 \end{aligned}$$

b. I vincoli del problema P' si possono riscrivere come:

$$\begin{aligned}
 u_1 &\geq 1 \\
 -u_1 &\geq -1 \\
 u_2 &= 1
 \end{aligned}$$

per cui l'unica soluzione ammissibile, e quindi ottimale, di P' è $u = (1, 1)$. Allora entrambi i problemi hanno soluzioni ottimali.

2. Sottolineando le migliori risposte si ha:

| I / II | L | R |
|----------|---------------------|---------------------|
| T | <u>1</u> , <u>2</u> | <u>3</u> , <u>2</u> |
| B | <u>1</u> , 0 | 0, <u>2</u> |

Il gioco ammette due equilibri di Nash (T, L) , (T, R) .

ERRORI FREQUENTI

Nel primo esercizio l'errore più frequente è stato "dimenticare" qualche vincolo nel problema duale, o non concludere che l'esistenza di soluzioni ottimali per il duale implica un analogo risultato per il primale. Qualche confusione tra soluzioni ottimali e valore ottimale del problema.

Nel secondo esercizio, non sempre è stata esaurientemente motivata l'esistenza degli equilibri di Nash.