PROVA PARZIALE DI TEORIA DEI GIOCHI B DEL 23/02/05

1. Siano dati i seguenti giochi TU $G^1(N, v^1)$ e $G^2(N, v^2)$:

   $v^1(1) = 1, v^1(2) = 1, v^1(3) = 1, v^1(12) = 2, v^1(13) = 3, v^1(23) = 3, v^1(N) = 5$

   $v^2(1) = 1, v^2(2) = 2, v^2(3) = 1, v^2(12) = 1, v^2(13) = 3, v^2(23) = 4, v^2(N) = 5$

   a. Determinare una allocazione nel nucleo di G^1 e una differente allocazione nel nucleo di G^2.

   b. Esistono relazioni tra gli insiemi $Core(v^1)$ e $Core(v^2)$? Giustificare la risposta.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	15

2. Sia dato il seguente problema di contrattazione:

   $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq -x^4 + 2\}$

   $d = (0, 0)$

   Determinare la soluzione di Nash.

TEMPO SUGGERITO	20m
PUNTEGGIO	15

1. a. $(2,1,2) \in Core(v^1)$ e $(1,2,2) \in Core(v^2)$.

   b. $v^1(S) \leq v^2(S), \forall S \subset N$ e $v^1(N) = v^2(N)$ permetterebbero di concludere che $Core(v^2) \subseteq Core(v^1)$, ma $v^1(12) > v^2(12)$. D'altra parte data $x \in Core(v^2)$ si ha:

$$x_1 \geq v^2(1) = 1, x_2 \geq v^2(2) = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 \geq v^1(12) = 2$$

   e poiché $(2,1,2) \notin Core(v^2)$ si puó concludere che $Core(v^2) \subset Core(v^1)$.
   Oltre a questo approccio piú generale é possibile giungere alla stessa conclusione osservando che $Core(v^2) = \{(1,2,2)\}$ e che $(1,2,2) \in Core(v^1)$.

2. I punti individualmente razionali della frontiera sono dati da $\mathcal{B} = \{(x,y)\ t.c.\ y = -x^4 + 2, x \geq 0, y \geq 0\} = \{(x, -x^4+2)\ t.c.\ 0 \leq x \leq \sqrt[4]{2}\}$.
   Allora $x(N_S) = argmax\,\{x(-x^4+2)\ t.c.\ 0 \leq x \leq \sqrt[4]{2}\} = argmax\,\{-x^5+2x\ t.c.\ 0 \leq x \leq \sqrt[4]{2}\} = \sqrt[4]{\frac{2}{5}}$ e quindi

$$N_S = \left(\sqrt[4]{\frac{2}{5}}, \frac{8}{5}\right)$$