

PROVA SCRITTA e PROVA SCRITTA PARZIALE  
DI TEORIA DEI GIOCHI A DEL 15/12/2005

La prova scritta comprende tutti i tre esercizi, con punteggio 10 - 10 - 10

La prova parziale comprende i primi due esercizi, con punteggio 17 - 16

1. Si consideri il seguente problema di equa divisione di quattro oggetti  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  tra tre giocatori  $I$ ,  $II$  e  $III$ ; le valutazioni dei giocatori sono espresse dalla seguente tabella:

	$I$	$II$	$III$
$A$	6	5	3
$B$	8	9	4
$C$	2	6	9
$D$	2	7	8

- a. Determinare la divisione generata dalla procedura di Knaster.
- b. Verificare che la divisione ottenuta è proporzionale.
- c. Determinare se la divisione ottenuta è priva di invidia.

TEMPO SUGGERITO 25m

2. Si consideri il seguente gioco a tre giocatori a informazione imperfetta rappresentato in forma estesa:

- $I$  sceglie tra due alternative  $A$  e  $B$ ;
- successivamente  $II$  sceglie tra due alternative  $C$  e  $D$ , senza sapere la scelta di  $I$ ;
- successivamente  $III$  sceglie tra due alternative  $E$  e  $F$ , senza sapere la scelta di  $I$ .

- a. Determinare la rappresentazione ad albero del gioco precedente.
- b. Determinare la rappresentazione ad albero del gioco con la seguente variante: successivamente  $III$  sceglie tra due alternative  $E$  e  $F$ , senza sapere la scelta di  $II$ , ma conoscendo la scelta di  $I$ .

TEMPO SUGGERITO 20m

3. Si consideri una situazione di congestione, in cui gli utenti possono scegliere tra due strade alternative  $A$  e  $B$ , il cui tempo di percorrenza è espresso dalle seguenti funzioni di traffico:

$$t_A(n) = 8 + 2n$$

$$t_B(n) = 1 + 7n$$

dove  $n$  è il numero di utenti che percorre ciascuna strada.

- a. Rappresentare il gioco in forma strategica nel caso in cui vi siano due utenti.
- b. Rappresentare il gioco in forma strategica nel caso in cui vi siano tre utenti.
- c. Determinare gli eventuali equilibri di Nash in strategie pure dei due giochi precedenti.

TEMPO SUGGERITO 20m

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 15/12/2005

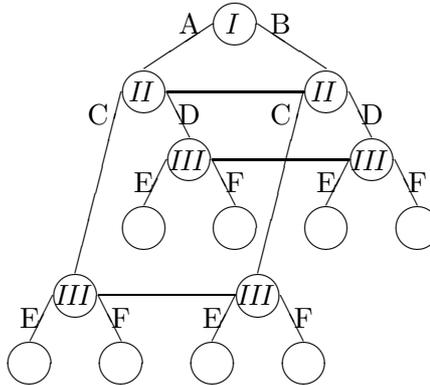
1. a. Applicando la procedura di Knaster si ha:

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>
<i>A</i>	6	5	3
<i>B</i>	8	9	4
<i>C</i>	2	6	9
<i>D</i>	2	7	8
<i>totali</i>	18	27	24
<i>assegnazioni</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C, D</i>
<i>V(ii)</i>	6	9	17
<i>E(i)</i>	6	9	8
<i>Differenze</i>	0	0	9
<i>s/n</i>	3	3	3
<i>V(i)</i>	9	12	11
<i>compensazioni</i>	3	3	-6

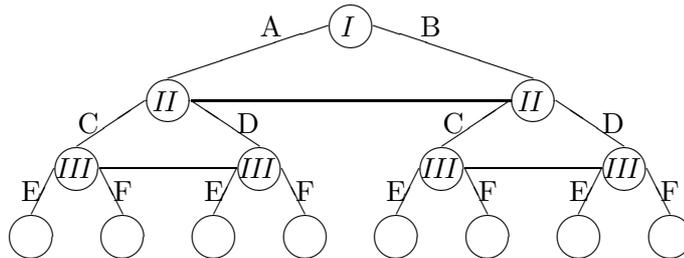
b. *I* ottiene 50.00%, *II* ottiene 44.44% e *III* ottiene 45.83%.

c. *I* ritiene di aver ottenuto 9 ma valuta che *II* ha ottenuto 11, quindi lo invidia, per cui la divisione non è priva di invidia.

2. a.



b.



3. a. La forma strategica è la seguente:

<i>I / II</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
<i>A</i>	12, 12	<u>10</u> , <u>8</u>
<i>B</i>	<u>8</u> , <u>10</u>	15, 15

b. La forma strategica è la seguente:

<i>III = A</i>		
<i>I / II</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
<i>A</i>	14, 14, 14	<u>12</u> , <u>8</u> , <u>12</u>
<i>B</i>	<u>8</u> , <u>12</u> , <u>12</u>	15, 15, <u>10</u>

<i>III = B</i>		
<i>I / II</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
<i>A</i>	<u>12</u> , <u>12</u> , <u>8</u>	<u>10</u> , 15, 15
<i>B</i>	15, <u>10</u> , 15	22, 22, 22

- c. Le migliori risposte (sottolineate) evidenziano nel caso a. due equilibri di Nash corrispondenti ai profili di strategie  $(A, B)$  e  $(B, A)$ ; nel caso b. ci sono tre equilibri di Nash corrispondenti ai profili di strategie  $(A, A, B)$ ,  $(A, B, A)$  e  $(B, A, A)$ .

#### ERRORI FREQUENTI

Il primo esercizio non ha dato problemi nella parte computazionale; qualche difficoltà in più nella verifica della proporzionalità e dell'invidia.

Il secondo esercizio ha dato varie difficoltà, soprattutto nella prima parte dove in molti elaborati sono stati messi nell'insieme di informazione le situazioni derivanti dalle sequenze  $(AD)$  e  $(BC)$  oppure tutte le quattro situazioni decisionali del giocatore *III*.

Il terzo esercizio non ha dato problemi significativi.