

PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI GIOCHI A DEL 27/03/2006

1. Si consideri il seguente problema di equa divisione di due oggetti A e B tra tre giocatori I , II e III ; le valutazioni dei giocatori sono espresse dalla seguente tabella:

	I	II	III
A	13	6	15
B	8	12	3

- Determinare la divisione generata dalla procedura di Knaster.
- Determinare se la divisione ottenuta è priva di invidia.
- Supponendo che il giocatore III conosca le valutazioni degli altri e due, determinare le sue dichiarazioni ottimali (utilizzando valori interi) e calcolare il valore che III pensa di ricevere in questa nuova situazione, sempre applicando la procedura di Knaster.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

2. Si consideri il seguente gioco a due giocatori rappresentato in forma strategica:

I / II	X	Y
A	1, 1	0, 1
B	-1, -1	2, 0

- Determinare, se esistono, gli equilibri di Nash in strategie pure.
- Determinare le strategie di maxmin dei due giocatori.
- Supponendo che i due giocatori abbiano una terza strategia, che porta alla nuova forma strategica:

I / II	X	Y	Z
A	1, 1	0, 1	-2, 3
B	-1, -1	2, 0	-2, -2
C	-1, -2	3, -1	0, 0

determinare per questo nuovo gioco gli eventuali equilibri di Nash in strategie pure e le strategie di maxmin dei due giocatori.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

1. a. Applicando la procedura di Knaster si ha:

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>
<i>A</i>	13	6	15
<i>B</i>	8	12	3
<i>totali</i>	21.00	18.00	18.00
<i>assegnazioni</i>		<i>B</i>	<i>A</i>
$V(ii)$	0.00	12.00	15.00
$E(i)$	7.00	6.00	6.00
<i>Differenze</i>	-7.00	6.00	9.00
<i>s/n</i>	2.67	2.67	2.67
$V(i)$	9.67	8.67	8.67
<i>compensazioni</i>	9.67	-3.33	-6.33

- b. *II* ritiene di aver ottenuto 8.67 ma valuta che *I* ha ottenuto 9.67, quindi lo invidia, per cui la divisione non è priva di invidia.
- c. *III* valuta l'oggetto *A* più degli altri, quindi gli conviene abbassare la sua dichiarazione per ridurre le compensazioni, e l'oggetto *B* meno di *II*, quindi gli conviene alzare la sua dichiarazione per aumentare la sua compensazione. Per quanto detto le dichiarazioni migliori per *III* sono 14 per *A* e 11 per *B*. La nuova divisione è:

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>
<i>A</i>	13	6	14
<i>B</i>	8	12	11
<i>totali</i>	21.00	18.00	25.00
<i>assegnazioni</i>		<i>B</i>	<i>A</i>
$V(ii)$	0.00	12.00	14.00
$E(i)$	7.00	6.00	8.33
<i>Differenze</i>	-7.00	6.00	5.67
<i>s/n</i>	1.56	1.56	1.56
$V(i)$	8.56	7.56	9.89
<i>compensazioni</i>	8.56	-4.44	-4.11

In realtà *III* riceve l'oggetto *A* che lui valuta 15 e da agli altri una compensazione di 4.11, per cui egli pensa di ricevere 10.89, invece di 8.67.

2. a. Sottolineando le migliori risposte si ha:

<i>I / II</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>
<i>A</i>	<u>1</u> , <u>1</u>	0, <u>1</u>
<i>B</i>	-1, -1	<u>2</u> , <u>0</u>

per cui (A, X) e (B, Y) sono equilibri di Nash.

- b. Per *I* il minimo payoff per *A* è 1 e il minimo per *B* è -1, quindi la strategia di maxmin è *A*; analogamente per *II* il minimo payoff per *X* è -1 e il minimo per *Y* è 0, quindi la strategia di maxmin è *Y*.

- c. Sottolineando le migliori risposte si ha:

<i>I / II</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
<i>A</i>	<u>1</u> , 1	0, 1	-2, <u>3</u>
<i>B</i>	-1, -1	<u>2</u> , <u>0</u>	-2, -2
<i>C</i>	-1, -2	<u>3</u> , -1	<u>0</u> , <u>0</u>

per cui (C, Z) è l'unico equilibrio di Nash, inefficiente rispetto ai due precedenti.

Procedendo come sopra si ha che la strategia di maxmin di *I* è *C*, mentre per *II* rimane *Y*.

