

PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI GIOCHI A DEL 19/09/2006

1. Si consideri il seguente problema di equa divisione di tre oggetti A, B e C tra cinque giocatori I, II, III, IV e V; le valutazioni dei giocatori sono espresse dalla seguente tabella:

| | I | II | III | IV | V |
|-----|-------|-------|-------|------|------|
| A | 10,00 | 6,00 | 7,00 | 7,00 | 9,00 |
| B | 8,00 | 12,00 | 11,00 | 5,00 | 8,00 |
| C | 7,00 | 5,00 | 8,00 | 6,00 | 6,00 |

- Determinare la divisione generata dalla procedura di Knaster.
- Determinare se la divisione ottenuta è priva di invidia.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

2. Si consideri il seguente gioco a due giocatori rappresentato in forma strategica:

| I / II | D | E | F |
|----------|-------|------|------|
| A | 2, 4 | 0, 1 | 2, 3 |
| B | 1, 1 | 4, 0 | 2, 2 |
| C | 2, -2 | 3, 1 | 3, 1 |

- Determinare, se esistono, gli equilibri di Nash in strategie pure.
- Determinare le strategie di maxmin dei due giocatori.
- Determinare una forma estesa equivalente alla forma strategica data.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 19/09/2006

1. a. Applicando la procedura di Knaster si ha:

| | <i>I</i> | <i>II</i> | <i>III</i> | <i>IV</i> | <i>V</i> |
|----------------------|----------|-----------|------------|-----------|----------|
| <i>A</i> | 10,00 | 6,00 | 7,00 | 7,00 | 9,00 |
| <i>B</i> | 8,00 | 12,00 | 11,00 | 5,00 | 8,00 |
| <i>C</i> | 7,00 | 5,00 | 8,00 | 6,00 | 6,00 |
| <i>totali</i> | 25,00 | 23,00 | 26,00 | 18,00 | 23,00 |
| <i>assegnazioni</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | | |
| <i>V(ii)</i> | 10,00 | 12,00 | 8,00 | 0,00 | 0,00 |
| <i>E(i)</i> | 5,00 | 4,60 | 5,20 | 3,60 | 4,60 |
| <i>Differenze</i> | 5,00 | 7,40 | 2,80 | -3,60 | -4,60 |
| <i>s/n</i> | 1,40 | 1,40 | 1,40 | 1,40 | 1,40 |
| <i>V(i)</i> | 6,40 | 6,00 | 6,60 | 5,00 | 6,00 |
| <i>compensazioni</i> | -3,60 | -6,00 | -1,40 | 5,00 | 6,00 |

- b. *IV* ottiene 5 e invidia *V* che ha ottenuto 6, per cui la divisione non è priva di invidia.

2. a. Sottolineando le migliori risposte si ha:

| <i>I / II</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> |
|---------------|---------------------|---------------------|
| <i>A</i> | <u>1</u> , <u>1</u> | 0, <u>1</u> |
| <i>B</i> | -1, -1 | <u>2</u> , <u>0</u> |

per cui (A, X) e (B, Y) sono equilibri di Nash.

- b. Per *I* il minimo payoff per *A* è 1 e il minimo per *B* è -1, quindi la strategia di maxmin è *A*; analogamente per *II* il minimo payoff per *X* è -1 e il minimo per *Y* è 0, quindi la strategia di maxmin è *Y*.

- c. Sottolineando le migliori risposte si ha:

| <i>I / II</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | <i>Z</i> |
|---------------|--------------|---------------|---------------------|
| <i>A</i> | <u>1</u> , 1 | 0, 1 | -2, <u>3</u> |
| <i>B</i> | -1, -1 | 2, <u>0</u> | -2, -2 |
| <i>C</i> | -1, -2 | <u>3</u> , -1 | <u>0</u> , <u>0</u> |

per cui (C, Z) è l'unico equilibrio di Nash, inefficiente rispetto ai due precedenti.

Procedendo come sopra si ha che la strategia di maxmin di *I* è *C*, mentre per *II* rimane *Y*.

ERRORI FREQUENTI