

PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI GIOCHI A DEL 12/12/2006

1. Si consideri il seguente problema di equa divisione di tre oggetti A , B e C tra tre giocatori I , II e III ; le valutazioni dei giocatori sono espresse dalla seguente tabella:

	I	II	III
A	10	20	13
B	18	13	12
C	14	15	17

- Determinare la divisione generata dalla procedura di Knaster.
- Determinare se la divisione ottenuta è priva di invidia.

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 15

2. Si consideri il seguente gioco non cooperativo: ci sono n giocatori e ciascuno deve scegliere, indipendentemente dagli altri, un numero naturale tra 0 e 100. Vincerà 1000 euro chi ha scelto il numero più vicino ai $2/3$ della media dei numeri scelti da tutti i giocatori (se più giocatori si avvicinano ugualmente il premio viene ripartito equamente). Qual è una scelta vincente? (motivare BREVEMENTE la risposta)

TEMPO SUGGERITO 25m

PUNTEGGIO 15

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 12/12/2006

1. a. La procedura di Knaster genera la seguente tabella:

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>
<i>A</i>	10	20	13
<i>B</i>	18	13	12
<i>C</i>	14	15	17
<i>totali</i>	42	48	42
<i>assegnazioni</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>C</i>
$V(ii)$	18	20	17
$E(i)$	14	16	14
<i>differenze</i>	4	4	3
s/n	3.67	3.67	3.67
$V(i)$	17.67	19.67	17.67
<i>compensazioni</i>	-0.33	-0.33	0.67
%	42.06	40.97	42.06

- b. La tabella delle valutazioni è:

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>
<i>I</i>	17.67	9.67	14.67
<i>II</i>	12.67	19.67	15.67
<i>III</i>	11.67	12.67	17.67

Di conseguenza la tabella delle invidie è:

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>
<i>I</i>	0	-10	-3
<i>II</i>	-5	0	-2
<i>III</i>	-6	-7	0

Quindi il risultato è privo di invidia.

2. Innanzitutto si cercano eventuali equilibri di Nash.

Riordinando i giocatori per scelte decrescenti, siano $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ le scelte. Se $x_1 \geq 2$ il giocatore 1 ha una vincita nulla, per cui modificando la sua strategia può migliorare il suo risultato. Allora $x = (0, 0, \dots, 0)$ è un equilibrio di Nash e lo è anche $x = (1, 1, \dots, 1)$ se $n \geq 4$. Quindi ci sono due scelte ragionevoli, 0 e 1 se $n \geq 4$ e solo la scelta 0 se $0 \leq n \leq 3$.