

PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI GIOCHI A DEL 22/01/2007

1. Si consideri il seguente gioco in forma strategica:

I / II	L	R
T	1, 4	1, 1
B	0, 0	3, 1

e la seguente distribuzione di probabilità sugli esiti:

	L	R
T	$\frac{1}{2} - \alpha$	0
B	$\frac{1}{2}$	α

con $0 \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$.

Dire per quali valori di α si ottiene un equilibrio correlato.

TEMPO SUGGERITO 25m

PUNTEGGIO 15

2. Si consideri la seguente variante dell'Ultimatum Game:

- il giocatore I propone una divisione di 4 monete (almeno una a testa);
- se il giocatore II accetta, la divisione ha luogo, se non accetta propone lui una divisione (sempre almeno una a testa), ma le monete diventano 3;
- se il giocatore I accetta, la divisione ha luogo, se non accetta le monete non vengono assegnate.

a. Determinare la rappresentazione ad albero del gioco.

b. A quale risultato si perviene applicando l'induzione a ritroso?

TEMPO SUGGERITO 25m

PUNTEGGIO 15

1. I valori attesi sono i seguenti:

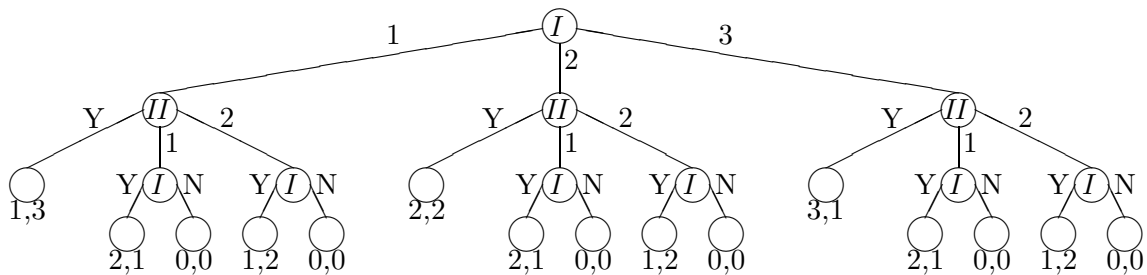
	segue	non segue
I 'vede' T	$\frac{1 \times (\frac{1}{2} - \alpha) + 1 \times 0}{(\frac{1}{2} - \alpha) + 0}$	$\frac{0 \times (\frac{1}{2} - \alpha) + 3 \times 0}{(\frac{1}{2} - \alpha) + 0}$
I 'vede' B	$\frac{0 \times \frac{1}{2} + 3 \times \alpha}{\frac{1}{2} + \alpha}$	$\frac{1 \times \frac{1}{2} + 1 \times \alpha}{\frac{1}{2} + \alpha}$
II 'vede' L	$\frac{4 \times (\frac{1}{2} - \alpha) + 0 \times \frac{1}{2}}{(\frac{1}{2} - \alpha) + \frac{1}{2}}$	$\frac{1 \times (\frac{1}{2} - \alpha) + 1 \times \frac{1}{2}}{(\frac{1}{2} - \alpha) + \frac{1}{2}}$
II 'vede' R	$\frac{1 \times 0 + 1 \times \alpha}{0 + \alpha}$	$\frac{4 \times 0 + 0 \times \alpha}{0 + \alpha}$

da cui si ricava che conviene seguire i segnali nei seguenti casi:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \alpha \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} &\leq \alpha \leq \frac{1}{2} \\ 0 &\leq \alpha \leq \frac{1}{3} \\ 0 &\leq \alpha \leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

e quindi si ha un equilibrio correlato se $\frac{1}{4} \leq \alpha \leq \frac{1}{3}$.

2. a. La rappresentazione ad albero è (i numeri indicano quante monete il giocatore che propone tiene per se):



Per semplicità di notazione le mosse non sono differenziate, anche se appartengono a insiemi di informazione differenti.

b. L'induzione a ritroso applicata alle ultime mosse di I seleziona *sempre* "Y". Successivamente II sceglie ordinatamente "Y", ottenendo 3, "Y" o "2", ottenendo comunque 2 e "2", ottenendo 2. Infine se I sceglie "1" ottiene 1, se sceglie "2" può ottenere 2 o 1 e se sceglie "3" ottiene 1, quindi "2" è debolmente dominante.