

1. Sia dato il seguente gioco a due giocatori in forma strategica:

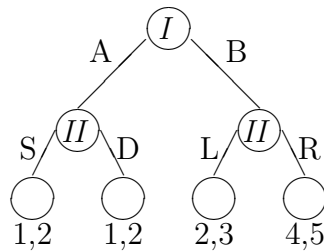
$I / II$	$L$	$R$
$T$	3, 2	0, 1
$B$	1, 0	2, 3

- Determinare gli equilibri di Nash in strategie pure.
- Determinare gli equilibri di Nash in strategie miste e i corrispondenti payoff attesi.

TEMPO SUGGERITO 25m

PUNTEGGIO 15

2. Si consideri il seguente gioco in forma estesa:



- Determinare la soluzione per induzione a ritroso.
- Determinare tutti gli equilibri di Nash in strategie pure.

TEMPO SUGGERITO 25m

PUNTEGGIO 15

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 12/04/2007

1. a. Sottolineando le migliori risposte si ha:

$I / II$	$L$	$R$
$T$	<u>3</u> , <u>2</u>	0, 1
$B$	1, 0	<u>2</u> , <u>3</u>

Quindi  $(T, L)$  e  $(B, R)$  sono equilibri di Nash.

- b. Detta  $p$  la probabilità che  $I$  giochi  $T$  e  $q$  la probabilità che  $II$  giochi  $L$  si ha:

$$v_I = 3pq + (1-p)q + 2(1-p)(1-q) = 2(2q-1)p - q + 2 \longrightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$v_{II} = 2pq + p(1-q) + 3(1-p)(1-q) = (4p-3)q - 2q + 3 \longrightarrow p = \frac{3}{4}$$

Quindi l'equilibrio è dato da:

$$\left( \left( \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \right), \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right)$$

con  $v_I = \frac{3}{2}$  e  $v_{II} = 2$ .

2. a. Applicando l'induzione a ritroso  $II$  sceglie  $R$  con esito  $(4, 5)$  ed è indifferente tra  $S$  e  $D$  ma l'esito sempre  $(1, 2)$ . Al passo successivo  $I$  sceglie  $B$  con esito  $(4, 5)$ . Quindi la soluzione è  $(B, R)$ .
- b. Passando alla forma strategica e sottolineando le migliori risposte si ha:

$I / II$	$SL$	$SR$	$DL$	$DR$
$A$	1, <u>2</u>	1, <u>2</u>	1, <u>2</u>	1, <u>2</u>
$B$	<u>2</u> , 3	<u>4</u> , <u>5</u>	<u>2</u> , 3	<u>4</u> , <u>5</u>

Quindi  $(B, SR)$  e  $(B, DR)$  sono equilibri di Nash.