

Approssimare i calcoli alla seconda cifra decimale

1. Si considerino due imprese A e B che operano secondo il modello di Cournot. Si supponga che il costo di produzione unitario dei beni sia $c = 0$ e la curva dei prezzi sia data da:

$$P(Q) = \begin{cases} (2 - Q)^2 & \text{se } 0 \leq Q \leq 2 \\ 0 & \text{se } Q > 2 \end{cases}$$

- a. Si determinino le quantità che ciascuna impresa produce all'equilibrio, supponendo che nessuna impresa superi la produzione di 2 unità.
- b. Eliminando il limite di produzione, esistono altre soluzioni di equilibrio?

TEMPO SUGGERITO 30m

PUNTEGGIO 16

2. Un capitale $C = 100$ euro, viene investito in capitalizzazione composta annuale al tasso del 3% per un periodo di tre anni e mezzo.
- a. Si determini il montante, applicando il metodo lineare.
- b. Se il capitale potesse essere investito in capitalizzazione semplice al tasso mensile del 0.3%, quale investimento sarebbe preferibile?

TEMPO SUGGERITO 20m

PUNTEGGIO 14

1. a. Dette a e b le quantità prodotte da ciascuna impresa, l'utilità dell'impresa A è data da:

$$u_A = (2 - a - b)^2 a = a^3 - 2(2 - b)a^2 + (2 - b)^2 a$$

Derivando rispetto ad a si ottiene:

$$u'_A = 3a^2 - 4(2 - b)a + (2 - b)^2$$

che si annulla per $a = \frac{1}{3}(2 - b)$ e $a = (2 - b)$.

E' facile verificare che $a = \frac{1}{3}(2 - b)$ è un punto di massimo per u_A .

Per simmetria si ottiene che $b = \frac{1}{3}(2 - a)$ è un punto di massimo per u_B .

Risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} a = \frac{1}{3}(2 - b) \\ b = \frac{1}{3}(2 - a) \end{cases}$$

si ottiene: $a^* = b^* = \frac{1}{2}$ e sostituendo $p^* = 1$ e $u_A^* = u_B^* = \frac{1}{2}$.

Esiste un'altra soluzione di equilibrio in cui entrambe le imprese producono due unità.

- b. In questo caso ogni coppia (a, b) con $a, b > 2$ è di equilibrio.

2. a. $M' = 100(1.03)^3 = 109.27$

$$I = 109.27 \times 0.5 \times 0.03 = 1.64; M = 109.27 + 1.64 = 110.91.$$

- b. $I = 100 \times 42 \times 0.003 = 12.60; M = 100 + 12.60 = 112.60.$

Quindi questo investimento è preferibile.

ERRORI FREQUENTI