PROVA SCRITTA DI MATEMATICA FINANZIARIA A DEL 12/04/2007

Approssimare i calcoli alla seconda cifra decimale

1. Si consideri un ammortamento di 8.000 euro in 8 anni al tasso di interesse del 15 % annuo con rate annuali.

   a. Determinare le rate per un piano di ammortamento italiano.

   b. Determinare le rate per un piano di ammortamento francese.

   c. Dopo quale rata il debito residuo è inferiore alla metà del prestito iniziale con il piano francese?

   TEMPO SUGGERITO 30m
   PUNTEGGIO 16

2. Sia dato il seguente programma lineare:

$$
\begin{array}{ll}
max & z = 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 4x_4 \\
s.t. & x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 \leq 3 \\
 & x_1 - x_2 - x_4 \leq 2 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{array}
$$

   a. Risolvere il programma col metodo del simplesso, scegliendo la variabile uscente più a sinistra e la variabile entrante più in alto.

   b. Determinare tutte le soluzioni ottimali.

   TEMPO SUGGERITO 20m
   PUNTEGGIO 14

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DEL 12/04/2007

1. a. Per completezza si riporta l'intero piano di ammortamento:

t	R	C	I	D	E
0				8000	
1	2200	1000	1200	7000	1000
2	2050	1000	1050	6000	2000
3	1900	1000	900	5000	3000
4	1750	1000	750	4000	4000
5	1600	1000	600	3000	5000
6	1450	1000	450	2000	6000
7	1300	1000	300	1000	7000
8	1150	1000	150	0	8000

b. Applicando la formula si ha:

$$R = \frac{C \times i}{1 - v^n} = \frac{8000 \times 0,15}{1 - \left(\frac{1}{1,15}\right)^8} = 1782,80$$

c. Dal piano di ammortamento:

t	R	C	I	D	E
0				8000	
1	$1782,80$	$582,80$	$1200,00$	$7417,20$	$582,80$
2	$1782,80$	$670,22$	$1112,58$	$6746,98$	$1253,02$
3	$1782,80$	$770,75$	$1012,05$	$5976,22$	$2023,78$
4	$1782,80$	$886,37$	$896,43$	$5089,86$	$2910,14$
5	$1782,80$	$1019,32$	$763,48$	$4070,54$	$3929,46$
6	$1782,80$	$1172,22$	$610,58$	$2898,31$	$5101,69$
7	$1782,80$	$1348,05$	$434,75$	$1550,26$	$6449,74$
8	$1782,80$	$1550,26$	$232,54$	$0,00$	$8000,00$

si ricava che è necessario attendere la sesta rata.

2. a. La tabella iniziale è:

$$\begin{array}{c|cccc|c}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\
\hline
u_1 & -1 & 1 & -1 & 3 & 3 \\
u_2 & \boxed{-1} & 1 & 0 & 1 & 2 \\
\hline
z & 2 & -4 & 1 & -4 & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{c|cccc|c}
 & u_2 & x_2 & x_3 & x_4 & \\
\hline
u_1 & 1 & 0 & \boxed{-1} & 2 & 1 \\
x_1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\
\hline
z & -2 & -2 & 1 & -2 & 4
\end{array}$$

$$\begin{array}{c|cccc|c}
 & u_2 & x_2 & u_1 & x_4 & \\
\hline
x_3 & 1 & 0 & -1 & 2 & 1 \\
x_1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\
\hline
z & -1 & -2 & -1 & 0 & 5
\end{array}$$

La tabella è ottimale e la soluzione ottenuta è $x^* = (2, 0, 1, 0)$, $z^* = 5$.

b. La presenza di uno 0 nella colonna di x_4 indica la possibilità di ulteriori soluzioni ottimali. In particolare esiste uno spigolo illimitato di soluzioni ottimali dato da $x_\alpha = (2 + \alpha, 0, 1 + 2\alpha, \alpha)$ con $\alpha \geq 0$.